

УДК 550.34.0 +УДК 517. 956

Сайипбекова А.М.<sup>1</sup>, Иманалиева Д.К.<sup>2</sup>,  
Молдоярлова Ж.Б.<sup>1</sup>, Макамбаева Ж.А.<sup>1</sup><sup>1</sup>Ошский государственный университет, г. Ош, Кыргызстан<sup>2</sup>Государственное агентство по интеллектуальной собственности и инноваций при Кабинете Министров КР

## АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОСНОВ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ СЕЙСМИКИ

**Аннотация.** В работе проанализировано современное состояние математических основ методики решения обратной кинематической задачи сейсмологии и обоснованы выбранные нами методы изучения строения коры и верхней мантии Кыргызстана и прилегающих территорий. При создании сейсмотомографических моделей были использованы времена пробега близких, удалённых, телесеismic землетрясений и промышленных взрывов. Продемонстрированы полученные два варианта трёхмерной скоростной модели литосферы Тянь-Шаня по двум алгоритмам сейсмотомографии.

**Ключевые слова:** математические основы сейсмотомографии, обратная задача, времена пробега, скоростная модель, разрешающая способность.

## ТЕСКЕРИ КИНЕМАТИКАЛЫК СЕЙСМИКАЛЫК МАСЕЛЕНИ ЧЕЧУУНУН МАТЕМАТИКАЛЫК НЕГИЗДЕРИН ТАЛДОО

**Кыскача мазмуну.** Иште тескери кинематикалык сейсмикалык маселени чечүү ыкмаларынын математикалык негиздерин учурдагы абалы талданат жана негиздүү жер устунку жер катмарынын жана мантиянын үстүнкү катмарынын түзүлүшүн изилдөө үчүн тандап алган методубуз Кыргызстан жана ага жакын райондоранда колдонулат. Сейсмикалык томографиялык ылдамдык моделдерди түзүү учурунда жер титироо башталган жерден сейсмикалык станцияга баруу убактысы жайналган берилгендер базасы колдонулган. Анда алыскы телесеismic жер титирөөлөр жана өндүрүштүк жарылуулар жана жакынкы жер титироолордун толук кандуу берилгендер базасы колдонулат. Жыйынтыгында Тянь-Шандын литосферасынын үч өлчөмдүү ылдамдык моделинин эки версиясын жасоодо эки алгоритмин колдонулду.

**Негизги сөздөр:** сейсмотомографиянын математикалык негиздери, тескери маселе, толкундун жетуу убактысы, ылдамдык модели, аныктоо тактыгы.

## ANALYSIS OF THE MATHEMATICAL FOUNDATIONS FOR SOLUTION OF THE INVERSE KINEMATIC SEISMIC PROBLEM

**Annotation.** The work analyzes the current state of mathematical foundations methods for solving the inverse kinematic seismic problem and justified our chosen method for studying the structure of the crust and upper mantle of Kyrgyzstan and surrounding areas. While creating seismic tomographic models used the travel times of close, remote, teleseismic earthquakes and industrial explosions. The resulting two versions of the three-dimensional velocity model of the Tien Shan lithosphere using two seismic tomography algorithms were demonstrated.

**Keywords:** mathematical foundations, inverse problem, travel times, velocity model, resolution.

Задачи сейсмотомографии являются некорректными задачами при создании двумерных и трехмерных скоростных моделей литосферы. Слово «корректный» (от латинского *correctus*) означает «тактичный, учтивый, правильный». Математики применяют этот же термин в двух случаях. Во-первых, слово «корректный» в

математическом тексте часто заменяет «правильный, верный», именно в этом смысле оно используется при решении прямой задачи сейсмологии.

В сейсмологии по данным времён пробега многочисленных землетрясений и промышленных взрывов можно определить скорость распространения продольных волн ( $V_p$ ) в земной коре и мантии, это сводится к решению обратных некорректных задач. Нам известно точное расположение сейсмических станций на поверхности. Здесь в качестве исходных данных служат времена вступления  $P$ -волн на определённых станциях.

В математической физике определение всякой количественной задачи обычно заключается в нахождении «решения»  $y$  по известным «исходным данным»  $x$ , так что  $y = F(x)$ . Понятие «исходные данные» для задачи математической физики может включать в себя функции и константы, входящие в уравнение, а также в начальные и граничные условия. В общем случае «исходные данные»  $x$  можно рассматривать как элемент некоторого метрического пространства  $X$  с метрикой  $f_x$ . Точно так же «решение»  $y$ , объединяющее в себе все то, что нужно найти в задаче, понимается как элемент другого метрического пространства  $Y$  с метрикой  $f_y$ .

Задачу определения  $y$  по  $x$  называют *корректно поставленной* на паре пространств  $(Y, X)$ , если:

- 1) для всякого  $x \in X$  существует решение  $y \in Y$ ;
- 2) это решение определяется однозначно;
- 3) задача устойчива на пространствах  $(Y, X)$ , т.е. при малом изменении  $x$  в пространстве  $X$  мало меняется  $y$  в пространстве  $Y$ .

Условия 1) и 2) характеризуют математическую определённость задачи. Выполнение условия устойчивости коррелируется с возможностью нахождения решения по приближённым исходным данным. Естественно, что задачи, не удовлетворяющие условиям 1) - 3), назвали *некорректными*.

Решение задач широко применяемыми традиционными сейсмотомографическими методами, в основе которых лежит динамическая теория упругости в рамках определённых моделей механики сплошных сред при описании возбуждения и распространения линейных упругих волн продольного и поперечного типа ( $P$  и  $S$ -волны), имеет определённые как математические методические, так физические методологические ограничения (Нолет).

В математической физике характерная особенность обратных задач для гиперболических уравнений состоит в их некорректности по Адамару (М. Лаврентьев, В. Романов, С. Шишатский, 1980). Общий подход к решению некорректных задач был сформирован и развит в ряде работ (А. Тихонов, В. Арсенин, 1974; М. Лаврентьев и др. 1980; В. Романов, 1983; А. Алексеев и др. 1983; М. Иманалиев, 1977).

Остановимся на нескольких теоретических работах, в которых указаны возможности каждого метода (R. Crosson, 1976; K. Aki., W. Lee, 1976; C. Pavlis, J. Booker, 1980; J. Novland, D. Gubbins, E. Husebye, 1981; A. Tarantola, V. Valette, 1982; Л. Винник, Ю. Бурмаков, А. Сайипбекова, А. Треусов, 1987).

Теоретические воззрения, заложенные в основу алгоритмов известных существующих программ, содержатся в работах K. Aki, A. Christoffersen, E. Husebye (1977); А. Треусова (1986); S. Roecker (1989). В частности, в работе R. Crosson (1976) разработана одновременная оценка параметров плоскопараллельной скоростной модели и стационарных поправок по временам вступления волн от местных землетрясений. Метод широко применяется и имеет несколько модификаций, в частности в работах С. Pavlis и J. Booker (1980), этот метод обобщён на случай непрерывной одномерной модели среды, интересным фактом в этой работе является возможность исключить субъективные влияния при выборе горизонтальных границ.

В известной работе К. Аки и W. Lee (1977) среда разбивается на прямоугольные блоки, априорно в каждом блоке задаётся средняя скорость, а возмущение скорости в блоках связывается с неизвестным параметром линейного уравнения. Важная модификация блокового метода, состоящая во включении в исходный материал данных по S-волнам, разработана S. Roecker (1989). Задача решается итерационным путем и на каждой итерации происходит уточнение модели применением процедуры трассирования лучей в трехмерной неоднородной среде.

В работе (J. Hovland, D. Gubbins, E. Husebye, 1981) скорость задаётся как непрерывная функция, но параметрами являются значения скорости в узлах трёхмерной сетки.

Использованные нами методы алгебраической инверсии с математической точки зрения можно разделить на две группы:

1) разложение в ряд по базисным функциям подинтегральной функции изложен в работе Бурмакова Ю.А., Винника Л.П., Сайипбековой А.М., Треусова А.В. (1987). В качестве аппроксимирующей функции используются ортогональные полиномы Чебышева, среда моделируется слоисто - неоднородной.

2) получение оценок возмущения скорости в отдельных слоях или блоках среды (К. Аки et al., 1977; S. Roecker, 1982). Объём среды, в котором осуществляется поиск решения, разбивается на блоки, а неизвестная функция в каждом блоке предполагается постоянной, нисходящая часть луча аппроксимируется ломаной линией из конечного числа прямолинейных отрезков по числу слоев модели.

Решение обратной задачи сейсмологии может быть: (а) неустойчивым, (б) неединственным. Для выделения устойчивого и единственного решения приходится на решение системы уравнений накладывать дополнительные условия. Например, в виде дифференциального уравнения:

$$d = G \cdot m \quad (1.1)$$

Обратную задачу можно разделить на две части. Задачей первой части является отыскание частного решения уравнения (1.1)

$$m_p = G_p^{-1} \cdot d . \quad (1.2)$$

Оператор  $G_p^{-1}$  действует на входные данные и определяет частное решение. Задачей второй части является определение разрешающей способности и погрешности частного решения. В концепциях пространственной разрешающей способности частного решения и компромисса между разрешающей способностью и погрешностью анализируется каждый метод решения обратной кинематической задачи сейсмологии. Поскольку  $d = G \cdot m$ , то из (1.2) получаем

$$m_p = G_p^{-1} \cdot G \cdot m . \quad (1.3)$$

Формула (2.3) выражает частное решение в виде средневзвешенного истинного решения с весом, равным вектору - строке матрицы  $G_p^{-1} \cdot G$ . Такую весовую матрицу назовем матрицей разрешающей способности (резольвентной матрицей). Если  $G_p^{-1} \cdot G$  тождественно равно единичной матрице I, то решение будет точным и частное решение совпадает с истинным. Если векторы-строки матрицы  $G_p^{-1} \cdot G$  имеют компоненты,

расположенные вблизи диагонали (остальные компоненты малы), то частное решение есть сглаженное решение.

Ошибку  $\Delta m_p$ , допускаемую при частном решении за счёт ошибки  $\Delta d$ , в исходных данных можно описать с помощью её ковариационной матрицы  $\langle \Delta m_p \cdot \tilde{\Delta m}_p \rangle$ , где тильда означает комплексно сопряжённую транспонированную матрицу, а угловые скобки-усреднение. Из (2.3) находим:

$$\langle \Delta m_p \cdot \tilde{\Delta m}_p \rangle = \langle G_p^{-1} \cdot \Delta d \tilde{\Delta d} G_p^{-1} \rangle = G_p^{-1} \langle \Delta d \cdot \tilde{\Delta d} \rangle G_p^{-1} \quad (1.4)$$

По этой формуле можно определить ковариационную матрицу для  $\Delta m_p$ , а через ковариационную матрицу ошибки в данных. Частное решение, называемое обобщённым обращением, определяется разными исследователями по-разному. Как только становится известным оператор частного решения  $G_p^{-1}$ , разрешающая способность и погрешность, решение определяется просто.

А.Tarantola и В.Valette (1982) предложили обобщённую формулировку классической задачи. Приведём формулы, определяющие решение нелинейной задачи:

$$\hat{P}_{k+1} = \hat{P}_k + \left( G_k^T \cdot G_{d_0 d}^{-1} \cdot G_k + C_{p_0 p_0}^{-1} \right)^{-1} \left\{ G_k^T \cdot C_{d_0 d_0} \left[ d_0 - g \left( \hat{p}_k \right) - C_{pp}^{-1} \cdot \left( \hat{p}_k - p_0 \right) \right] \right\}, \quad (1.5)$$

где:  $P_0$ - начальная априорная оценка значений параметрических переменных,  
 $P_k$ - значение P на k-ой итерации,  
 $G_k$ - матричная часть производной  $\partial g / \partial p$   
 $C_{dd}$ - априорная ковариационная матрица данных,  
 $C_{pp}$ - априорная ковариационная матрица параметров,  
 $d_0$ - столбец данных.

Решение линейной задачи:

$$\hat{P} = P_0 + \left( G^T \cdot C_{dd}^{-1} \cdot G + C_{pp}^{-1} \right) \cdot G^T \cdot G_{d_0 d_0}^{-1} \cdot (d_0 - GP_0). \quad (1.6)$$

Пакет программ *BIGSPHREL* и *BIGSPHYFIT* следует формализму А.Tarantola и В.Valette (1982) и решает поставленную задачу в два этапа, разделение параметров переменных на гипоцентральные и скоростные. Переменные определяются независимо в два этапа на каждой итерации, что предоставляет возможность анализировать промежуточные результаты.

Времена пробега вдоль предлагаемого луча вычисляются в подпрограммах *TRACKSPH* и *MOVEITSPH*. Дополнительные траектории луча подсчитываются по программе *SRTIMESPH*, которая вызывает программу *DIRECT* для подсчёта прямых лучей и использует выходной файл из *TTERM* или *TTERMS* для времен пробега рефрагированной волны.

Работа по алгоритмизации ведется по следующим основным направлениям:

- А) Поиск правильной или оптимальной параметризации модели.
- Б) Исследование поведения алгоритма в зависимости от управляющих параметров.
- В) Работа с данными.

Объём памяти, занимаемый программой, растёт пропорционально квадрату числа блоков в модели. Оказалось, что для расширенной модели превышаются размерности массивов, содержащих информацию о модели. Поэтому пришлось изменить размерности этих массивов и оттранслировать программу *BIGSPHYFIT* с изменёнными граничными значениями массивов. Объём оперативной памяти, занимаемый программой *BIGSPHYFIT* при обработке расширенной модели, близок к пределу ресурсов машины (*SUN-4*).

Подбор модели и реализация расчётов по вышеуказанной модели проводились с 1991 по 1997 годы в двух лабораториях, возглавляемой Т.М. Сабитовой и А.М. Сайипбековой (ИС НАН КР).

На факультете математики и информационных технологий Ошского государственного университета с 1997 года отдельными математиками-соскателями проводилось математическое моделирование среды по заданным параметрам земной коры и верхней мантии, где точность определения скорости Р волн в блоках больше 0.75. Но этот способ оказался слишком трудоёмким. То есть, этот способ - подбор параметризации среды (размера и конфигурации блоков) при неизменной конфигурации сейсмических лучей. При этом изменённая конфигурация должна удовлетворять всем другим условиям (геометрической оптике, а также геофизическим).

Начиная с 2021 года, группа молодых талантливых математиков и физиков в рамках научного проекта исследования математических основ сейсмотомографии сейсмоопасных зон Южного Тянь-Шаня под руководством профессора Сайипбековой А.М. начали анализировать нижеописанную задачу. Например, в одном случае, функцию многих переменных можно разложить в ряд Тейлора, тогда получим линейное уравнение относительно неизвестных невязок параметров гипоцентров и дискретных скоростных параметров. Наиболее естественным способом описания такого решения является использование сингулярного разложения *SVD* (Ю. Бурмаков, В.П. Винник, А.М. Сайипбекова, А. В. Треусов, 1987). Сингулярное разложение - это определённого типа разложение прямоугольной матрицы, имеющее широкое применение в силу своей наглядной геометрической интерпретации при решении многих прикладных задач. Например, для того, чтобы это наглядно представить, сингулярное разложение можно переформулировать в геометрических терминах. Линейный оператор, отображающий элементы пространства  $R^n$  в себя, можно представить в виде последовательности выполняемых линейных операторов вращения и растяжения. Из-за этого компоненты сингулярного разложения наглядно показывают геометрические изменения при отображении линейным оператором *S* множества векторов из векторного пространства в себя или векторное пространство другой размерности. Если число наблюдений велико (более 2000), получение такого решения затруднительно из-за оперативной памяти компьютеров (16 Гб).

Альтернативой *SVD* разложению может служить итерационный *LSQR* (К. Аки at al. 1977; S. Roesker at al.1993) алгоритм, не требующий хранения всей матрицы, что позволяет обрабатывать большое число наблюдений при достаточно детальном разбиении.

Качество решения определяется при фиксированном объёме данных оптимальной комбинацией параметризации и управляющих параметров, то есть направления взаимосвязаны.

Рассмотрим способ параметризации модели (*A*) и условия, накладываемые на неё. Условия:

(а). С геофизической точки зрения блоки должны представлять собой однородные образования. Уменьшение размеров блоков способствует достижению этой цели.

(б). Для того, чтобы работать в приближении геометрической оптики, необходимо, чтобы линейный размер блока значительно превосходил длину

сейсмической волны. В качестве нижнего предела, удовлетворяющего этому условию, положим минимальный размер блока равным 5-10 км. Параметризация модели должна соответствовать также:

- (в) данной конфигурации лучей (данным) и
- (г) априорной информации.

Рассмотрим последние два условия более подробно.

(в) Конфигурация блоков должна «подходить» данной конфигурации сейсмических лучей (данным). Критерием, характеризующим качество решения, является разрешающая способность и погрешность решения. Априорная информация о модели, призванная выделить единственное решение, представляется в виде ковариационной матрицы: если  $P_i$  - медленность ( $P_i = 1/V_i$ )  $i$ -го блока, то

$$C_{pp} = \langle (p - \langle p \rangle) \langle (p - \langle p \rangle) \rangle \rangle, \quad (1.7)$$

где  $C_{pp}$  - ковариационная матрица,  $\langle \rangle$  - усреднение.

В наиболее простом и наиболее распространённом случае она представляет собой матрицу, в диагоналях которой стоят квадраты среднеквадратической погрешности параметров. Эта матрица определяет распределение вероятности значений решения вокруг априорного (задаваемого нами до вычислений) значения  $P_0$  - по существу это есть область, в которой лежит решение задачи.

Итак, априорная информация задается с помощью  $\bar{P}_0$  и  $C_{opp}$ , причём мы считаем, что  $C_{opp}$  - диагональная. Решение представляет собой изменённое значение  $P$  и уменьшенные значения диагональных элементов  $C_{opp}$ . Общая тенденция такова, что чем выше значение разрешающей способности какого-либо параметра, тем меньше апостериорная «сигма» (среднеквадратическая погрешность) этого параметра. С этой точки зрения разрешающая способность определяет отношение меры информации, извлекаемой из данных, к мере информации, заключенной в априорном представлении модели ( $P_0$  и  $C_{pp}$ ).

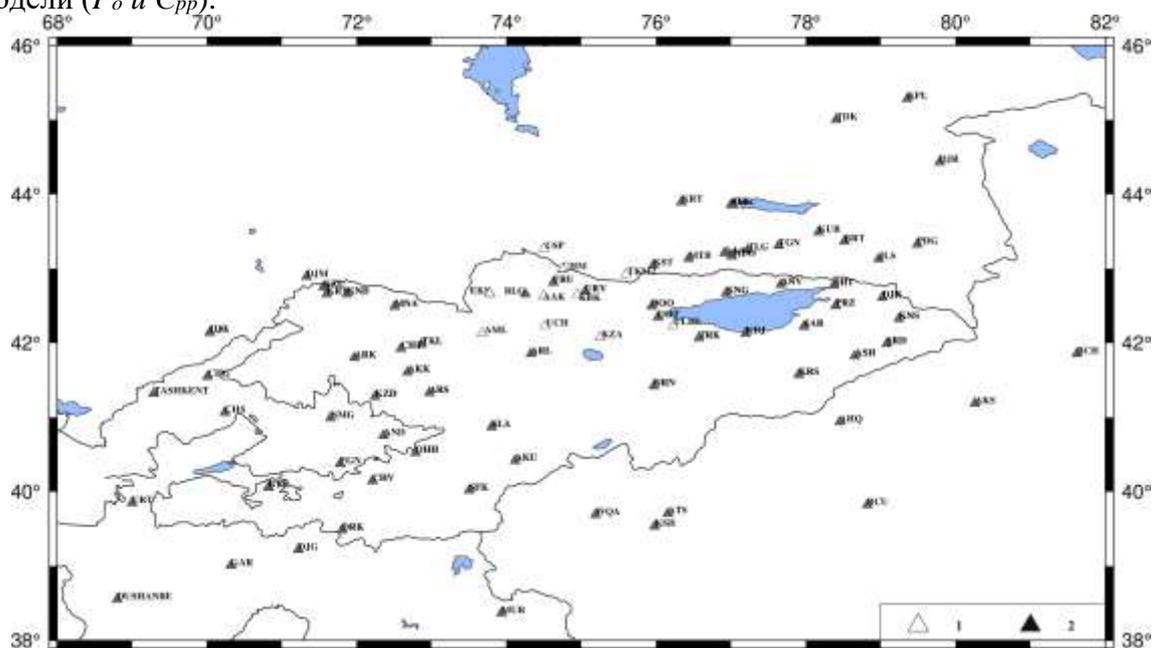


Рисунок 1. Сеть аналоговых и 10 KNET (НС РАН) цифровых сейсмических станций (до 2000 г.).

Как увеличить разрешающую способность? Первый путь состоит в увеличении объёма данных. Работа в этом направлении ведётся профессором Сайипбековой А.М. (автором) и её коллегами постоянно с 1985 года. Второй путь заключается в подборе параметризации среды (размера и конфигурации блоков) при неизменной конфигурации сейсмических лучей. При этом изменённая конфигурация должна удовлетворять всем другим условиям (геофизическим и геометрической оптике).

Среда разбита на блоки одного размера, конфигурация которых не изменяется с глубиной, чтобы получить однозначную привязку блоков и физических постоянных. Из-за ограничений памяти машины коррекция размерностей массивов позволила вести 12X10X7 блоков, что меньше желаемого размера модели.

Чтобы не потерять контроль над ситуацией, решено пока ограничиться данной моделью, произведя расчёт:

- 1) для 1-го блока на всю территорию для слоистой модели,
- 2) для блоковой модели с малым числом данных землетрясений (24 события с числом станций >20),
- 3) с 1022 землетрясениями, которые прошли визуальный контрольный отбор и программу переопределения гипоцентров землетрясений,
- 4) с 2018 землетрясений, которые содержали и некачественные события.

1-й случай необходим для отработки методики получения локальных годографов для заданной слоистой модели.

2-й случай позволял, не перегружая ресурсы ЭВМ, уточнить размерность массивов под нужное число блоков.

3-й случай должен был показать степень полезности предварительного отбора материала.

4-й случай - возможности программы по отбраковке материала и влиянию увеличения числа данных на разрешение блоков.

Из 2018 землетрясений программа оставила около 1022 событий, что подтверждает эффективность предварительного контроля пакета программ.

Созданные модели имеют следующую параметризацию:

#### I. Усечённая модель

Число слоев	7
Толщина слоя	10 км
Число блоков З-В	12
Число блоков С-Ю	10
Число блоков в слое	120
Размер блока	50x50
Длина области З-В	600 км
Длина области С-Ю	500 км
Глубина (мощность)	-5-75 км
Общее число блоков в модели	840

Получена сейсмотомографическая модель литосферы для обширной территории, включая Восточный (Китайский) Тянь-Шань по данным Китайской и Среднеазиатской сети. Модель получена для района исследований  $38^{\circ}$  -  $46^{\circ}$  северной широты;  $68^{\circ}$  -  $89^{\circ}$  восточной долготы. Скоростные модели представлены в виде шести параллельных слоев, содержащих блоки для интервалов глубин в км: -5-5; 5-10; 10-20; 20-35; 35-50; 50-75. Все карты скоростных неоднородностей даны с оценкой точности.

Первая сейсмотомографическая трёхмерная модель земной коры (S.Roecker, L.Vinnik, T.Sabitova et al., 1993) и (Zhu Jieshou, Xu Yi, 1995) для района  $38^{\circ}$ - $46^{\circ}$  северной

широты,  $74^{\circ}$ - $94^{\circ}$  восточной долготы, сопоставимы по детальности в районе Чуйской впадины, и в районе Иссык-Кульской котловины, соответственно, с нашей трехмерной скоростной моделью литосферы Тянь-Шаня (А.Сайипбекова, В.Павлунин, Д. Иманалиева, Г.Блинов, 1996).

Последняя скоростная модель показывает, что наиболее хорошее разрешение получено в слоях 5-10 км; 10-20 км; 20-35 км; 35-50 км, а в отдельных блоках разрешение достигает 0,96.

*Первый слой (-5 - +5)*, как и ожидалось, характеризуется относительно низкими скоростями, значение продольной волны меняется от 4.4 до 5.9 км/с в пределах исследуемой территории (здесь в дальнейшем в интерпретации учитываются блоки, в которых значения разрешения меньше 0.5

*Второй слой (5-10 км)*. В слое 5-10 км только в районе Ферганской впадины отмечены низкие скорости, например, 4.9 км/с. По-видимому, отдельные высокие значения перепадов скоростей (до 1 км/с) можно объяснить контрастным составом среды этого слоя. Значения  $V_p$  меняются в диапазоне (4.9-6.4 км/с).

*Третий слой (10-20 км)* отличается относительно плавной изменчивостью пластовых скоростей по латерали от 5.6 до 6.6 км/с. Значение разрешения в отдельных блоках варьирует от 0.51 до 0.95.

*В четвёртом слое (20-35 км)* диапазон изменения скорости продольных волн в пределах слоя от 5.6 до 7.7 км/с. В пределах территории Кыргызстана и сопредельных районах СУАР КНР и Казахстана разрешение в блоках изменяется от 0.50 до 0.96, а в большинстве случаев больше 0.7.

Самые низкие скорости отмечены под хребтами Кунгей Ала-Тоо, Заилийский Алатао, в частности, под перевалом Алматы значение  $V_p=5.6$  км/с, разрешение – 0.7, по сравнению с окружающими блоками.

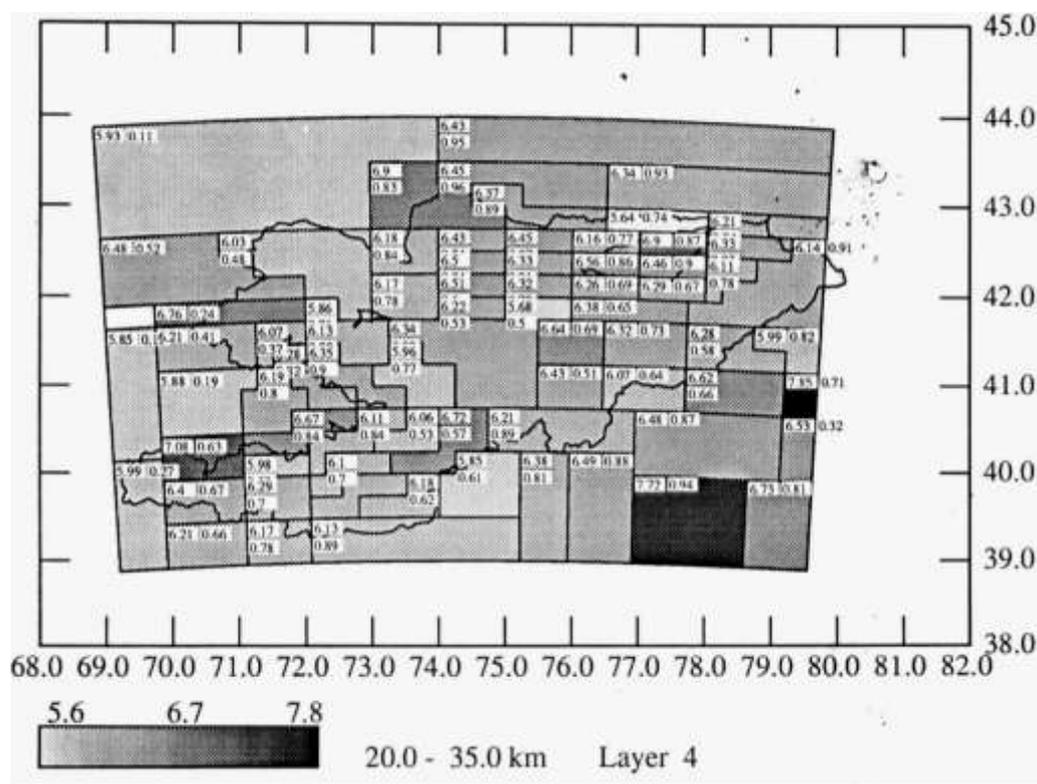


Рисунок 2. Карта скоростных неоднородностей литосферы в интервале глубин 20-35 км. Сейсотомографическая модель земной коры построена по данным 1053 местных землетрясений. Первая цифра в каждом блоке значение - $V_p$ , вторая - разрешение.

По данным других авторов (Т. Сабитова и др. 2002) в слое 25- 35 км, в отличие от верхних, под впадинами Северного Тянь-Шаня широко развиты инверсионные зоны аномально низких скоростей ( $V_p=5.1-5.7$  км/с). В данном слое юго-восточная часть района на территории Китая характеризуется наличием трёх контрастных по значению скорости участков, а именно на уровне 20-35 км разность скорости в двух соседних блоках достигает 1.23 км/с при разрешении 0.88-0.94. Контрастное распределение скорости в этих блоках подтверждается и китайской моделью (1995), где ещё более контрастные блоки расположены южнее, вне границ нашего участка.

Вероятно, это результат двух факторов: во-первых, температурного влияние снизу, во-вторых, увеличивающегося сверху вниз литостатического давления. По-видимому, контрастность скорости в этом слое связана с температурным влиянием коромантийного слоя и верхней мантии в целом.

*Пятый слой (35-50 км).* В пределах территории Кыргызстана под Срединным и Северным Тянь-Шанем (6.7-7.5 км/с) скорости выше, чем под Южным Тянь-Шанем (5.8-6.4 км/с), под зоной Таласо - Ферганского разлома скорость варьирует в этих же пределах. Отмечено увеличение скорости до  $V_p=6.7-6.9$  км/с в Срединном и Северном Тянь-Шане по сравнению с Алайскими и Кокшаалскими хребтами.

Что касается структуры верхней мантии, получена детальная трёхмерная скоростная модель земной коры и верхней мантии Кыргызского Тянь-Шаня и прилегающих территорий по данным 1053 местных землетрясений и около 500 телесейсмических землетрясений. Район исследований ограничен координатами  $39^0-44^0$  северной широты и  $69^0 - 81^0$  восточной долготы.

Слой в пределах глубин 50-75 км характеризуется в районе Ферганской впадины со скоростью выше (8.7 км/с), чем в её горном обрамлении (7.5 км/с - в районе Чаткальского хребта, в районе горного Равата, а в районе хребта Кичи Алая -7.8 км/с). Самые низкие скорости 7.0 км/с (разрешение-0.95) отмечены в районе Каджи-Сай, в целом, Северный и Срединный Тянь-Шань в пределах территории Кыргызстана характеризуется скоростью 7.0-7.6 км/с, а в Южном Тянь-Шане в пределах Кокшаал-Тоо значение  $V_p=7.6 - 8.0$  км/с. По структурной схеме В.И. Шацилова (2002) по скоростному уровню  $V_p=7.2$  км/с район Каджи-Сай южнее более прослеживается на глубинах 70 км. Таким образом, результаты 2D и 3D скоростной модели литосферы, полученные на основе разных экспериментальных данных и рассчитанных по разным методам, в районе Каджи-Сай совпадают. Примечательно, в нижнем слое 50-75 км разрешение увеличивается за счёт телесейсмических данных до 0.98.

В целом, характер изменения скорости с глубиной - сложный, иногда наблюдаются резкие изменения от блока к блоку по глубине, иногда интервалами плавного нарастания её и волноводами или чередованиями высоких и низких скоростей.

В классических работа А.Н. Тихонова, В.Я. Арсенина [1], К. Аки, П. Ричардс [5], указано, что при решении обратных задач всегда следует учитывать три принципа Ж. Адамара хорошо поставленных корректных задач. Первый принцип, они характеризуются наличием решения в определённом множестве, второй принцип - математическая определённость задачи (исходные данные не противоречат друг другу, достаточно для однозначного решения задачи), третьим признаком является непрерывная зависимость решения от исходных данных. Это условие обычно называется физической определённостью задачи, то есть её детерминированностью или непрерывной зависимостью решения от исходных данных. Во всех трёх алгоритмах эти принципы соблюдены.

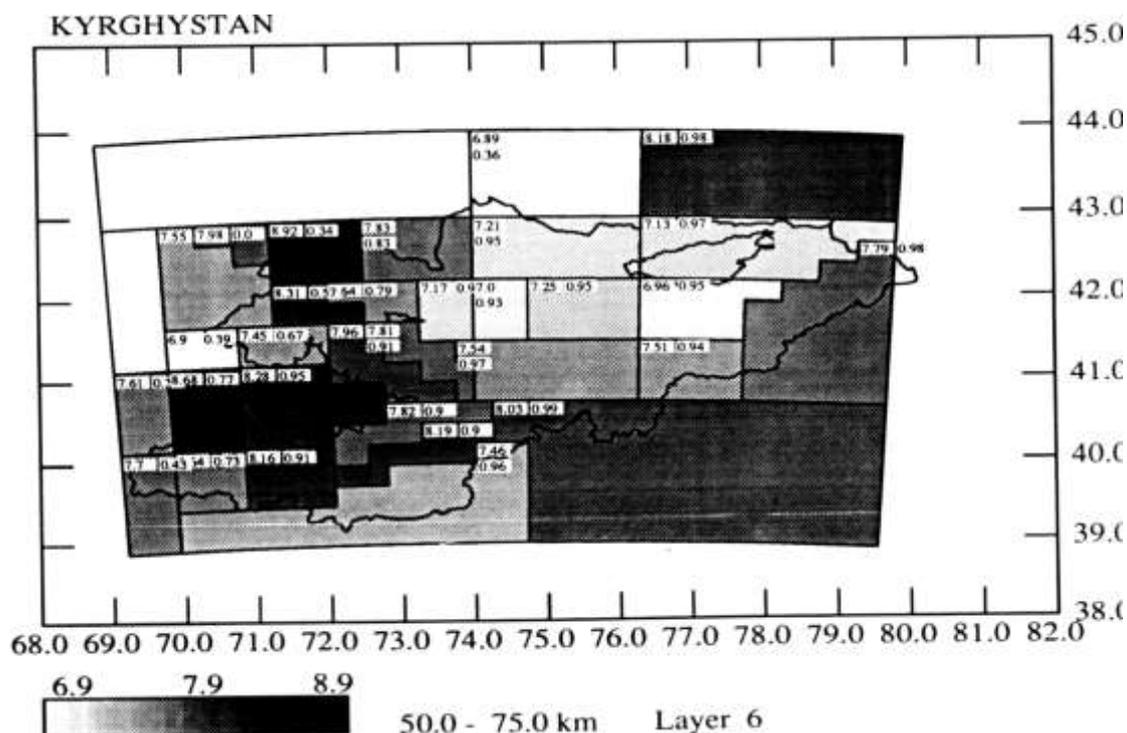


Рисунок 3. Блочная основа трёхмерной модели мантии. Первая цифра в каждом блоке значение  $-V_p$ , вторая - разрешение.

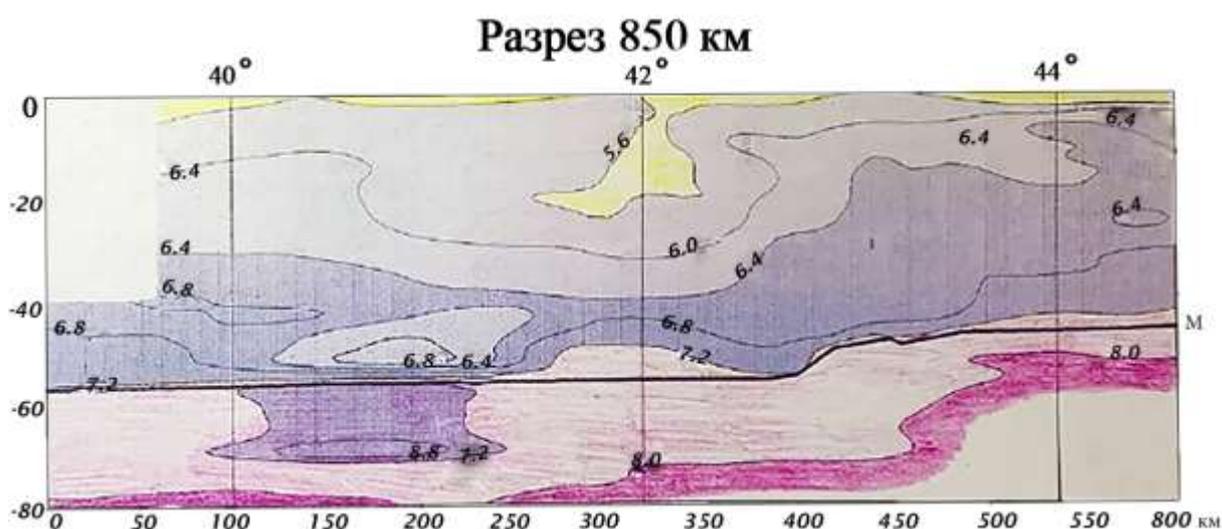


Рисунок 4. Цифры значения  $V_p$  – продольной волны по данным записи только цифровых сейсмических скоростей.

Пробные расчёты были сделаны по данным цифровых данных. Последние годы показывают аномально низкие скорости по полосе Ош – Арсланбоб на глубине 50 км. Мы убедились, что точность значительно повышается при использовании цифровых записей землетрясений и взрывов, если в предыдущих моделях именно на этом срезе характеристики продольной волны были сильно сглажены. Начало анализа математических основ сейсмотомографических наших исследований сделан в работе [14].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. – 288 с.
2. Алексеев А.С., Михайленко Б.Г., Чеверда В.А. Численные методы решения прямых и обратных задач теории распространения волн. // Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики. – Новосибирск, 1983, с 165-172.
3. Романов В.Г. Некоторые обратные задачи для уравнений гиперболического типа. Новосибирск: «Наука», 1972. –164 С.
4. Червени В. Алгоритмы расчёта лучи в трёхмерных горизонтально –неоднородных средах. // Сейсмическая томография, с приложениями в глобальной сейсмологии и разведочной геофизике. Москва: «Мир», Наука, 1990. С.109-144.
5. Аки К., П.Ричардс Количественная сейсмология. Теория и методы // Москва: «Мир», 1983. 880 С.
6. Бурмаков Ю.А., Винник Л.П., Сайипбекова А.М., Треусов А.В. Трёхмерная скоростная модель тектоносферы Тянь-Шаня и Памира, Докл АН СССР, 297, с.56-60, 1987.
7. Vinnik L.P., Saipbekova A.M. Structure of lithosphere and asthenosphere of the Tien-Shan. // Annalies geophysicea. 1984. Vol.2. №6. p. 621-626.
8. Сайипбекова А.М. Скоростная модель верхней мантии //В сб. Современная геодинамика литосферы Тянь-Шаня. Москва: «Наука», 1991, 23-29 с.
9. Franklin J.N., 1970. Well –posed stochastic extention of ill –posed linear problem // Journal of Mathematical Analysis and Application, v. 31, 682-716.
10. Сайипбекова А.М., Иманалиева Д.К., Кармышакова Ч.С. Изучение глубоких горизонтов литосферы по обменным волнам. // В моногр. Типовые геолого-геофизические модели сейсмичных и асейсмичных районов, 3-глава. – Бишкек: Илим, 1991. С 120-124.
11. Roecker S.W., Sabitova T.M., Vinnik L.P., Burmakov Y.A., Golvanov M.I., Mamatkanova R., Munirova L. Tree-dimensional elastic wave velocity structure of the Western and Central Tien Shan // JGR. 1993. V.98. N.B9. P. 15,779-15,795.
12. Шацлов В.И., Сайипбекова А.М., Грибанов Ю.Е. Изучение глубинного строения Тянь-Шаня по материалам региональной сейсмологии. // Journal Inland Earthquake. Urumqi: 1995. Vol.9. №4. С.374-381.
13. Сайипбекова А.М., Блинов Г.И., Павлунин В.Е. и др. Томографические модели литосферы Тянь-Шаня. // «Проблемы и перспективы развития науки и техники в области механики, геофизики, нефти, газа, энергетики и химии Казахстана»: Тез. межд. научно-технической конференции 22-24 мая 1996. Актау: 1996. С.40-41.
14. Сайипбекова А.М. Сейсмотомографическая модель и современная геодинамика литосферы Тянь-Шаня. // Отв. Ред. В.И.Шацлов. Ош: Билим, 2003. –216 С.
15. Сайипбекова А.М., Жылдызбек кызы Нурсыпат, Ормонов Т.А. Опыт размещение на одном сайте научных и учебных материалов для старших курсов для улучшение эффективности поисковой оптимизации. Цифровые технологии и инновации в развитии науки и образования: сборник научных статей [Электронный ресурс] / отв. ред. К. Н. Фадеева. – Чебоксары: Чуваш. гос. пед. ун-т, 2023. С.79-84 Сборник всего 203 С.
16. Сайипбекова А.М. Анализ математических основ 2D-3D сейсмотомографических моделей литосферы, полученных по данным профильных и площадных наблюдений Центральной Азии. Вестник ЖАГУ в печати. 2023.

*Рецензент д.ф-м.н. Муралиев А.М.*