

УДК.550.34; 551.1

Миркин Е. Л., Багманова Н. Х., Фролова А. Г.  
Институт сейсмологии НАН КР,  
г. Бишкек, Кыргызстан

## НОВЫЙ МЕТОД ВЕРОЯТНОСТНОЙ ОЦЕНКИ СЕЙСМИЧЕСКОГО РЕЖИМА

**Аннотация.** Представлен метод оценки вероятности возникновения сильных сейсмических событий на основе обработки статистической информации о сейсмических событиях в исследуемом регионе, накопленной за весь период наблюдений. Предложена форма графика повторяемости землетрясений, который используется в качестве аппроксимации функции распределения плотности вероятности. Приводятся результаты применения метода для территории Баткенской области Кыргызской Республики.

**Ключевые слова:** сильные землетрясения, энергетический класс, вероятностная модель, сейсмический режим, сейсмическая активность.

## СЕЙСМИКАЛЫК РЕЖИМДИ ЫКТЫМАЛДЫК БААЛОО БОЮНЧА ЖАҢЫ ЫКМАСЫ

**Кыскача мазмуну.** Бүткүл байкоо мезгилинде топтолгон изилденип жаткан аймактагы сейсмикалык окуялар жөнүндө статистикалык маалыматтарды иштеп чыгуунун негизинде күчтүү сейсмикалык кубулуштардын пайда болуу ыктымалдыгын баалоо ыкмасы берилген. Жер титирөөнүн кайталануу графигинин формасы сунушталган, ал ыктымалдыктын тыгыздыгын бөлүштүрүү функциясынын жакыndoосу катары колдонулат. Ыкманы Кыргыз Республикасынын Баткен облусунун аймагы үчүн колдонуунун натыйжалары берилген.

**Негизги сөздөр:** күчтүү жер титирөө, ыкма, энергетикалык класс, ыктымалдык модели, сейсмикалык режим, сейсмикалык активдүүлүк.

## NEW METHOD OF PROBABILISTIC ASSESSMENT OF SEISMIC REGIME

**Abstract** The paper presents a method for estimation the probability of occurrence of strong seismic events based on the processing of statistical information of seismic events in the region under study, accumulated over the entire observation period. The form of the earthquake recurrence graph is proposed, which is used as an approximation of the probability density distribution function. The results of indicated method application for the territory of the Batken region of the Kyrgyz Republic are given.

**Keywords:** strong earthquakes, energy class, probabilistic model, seismic regime, seismic activity.

Построение карт сейсмической активности территории на основе накопленных сейсмологических данных является одной из основных задач региональных сейсмологических служб. Согласно общепризнанному определению [1,2] под сейсмической активностью понимают число землетрясений определённой интенсивности (магнитуды или класса) в единицу времени на единицу площади. То есть сейсмическая активность – это детерминированная величина, определяемая по факту регистрации сейсмических событий, представляющая числовую меру, как количество землетрясений определённой энергии (магнитуды), отнесённое к произведению единицы времени и единицы площади. Эта количественная оценка может быть эффективной при сравнении однотипных участков в относительной категории – большая или меньшая сейсмическая активность в выделенной области исследования, а также при изучении временных рядов изменения сейсмической активности.

По уровню сейсмической активности трудно однозначно оценить вероятность возникновения сильного события. Кроме того, возникновение сильного события заинтересованных потребителей интересует в виде прогноза на будущее в вероятностном смысле. Для решения этой проблемы в данной работе предлагается новый метод агрегации данных для оценки вероятности возникновения значимых сейсмических событий, основанный на аппроксимации функции плотности вероятности энергетически значимых сейсмических событий по накопленным статистическим данным. Исходной информацией для получения оценки является накопленная статистическая информация о значимых сейсмических событиях в исследуемом регионе.

**Постановка задачи исследования.** В [3] авторами данной работы был предложен новый метод оценки вероятности возникновения значимых сейсмических событий, позволяющий эффективно картировать вероятностную картину сейсмической опасности изучаемого района. Здесь ставится задача улучшение метода оценки вероятности возникновения значимых сейсмических событий, принадлежащих определённому энергетическому диапазону, на основе обработки накопленной за весь период наблюдений статистической информации о сейсмических событиях в исследуемом регионе. Понятие энергетического диапазона сейсмических событий определяется шкалой энергетических классов, широко используемой в сейсмологии для классификации землетрясений. Также задачей исследования является получения картографической информации сейсмической активности изучаемой территории.

**Энергетический класс.** Очаг землетрясения прежде всего характеризуется высвободившейся в очаге **суммарной энергией**  $P$  и  $S$  сейсмических волн, зарегистрированных короткопериодной аппаратурой. Эту энергию удобно определять через общепринятую сейсмологическую характеристику – «энергетический класс очага». Энергетический класс был введён в практику сейсмологических наблюдений Т.Г. Раутиан [4], согласно которой, **энергетический класс** – это десятичный логарифм энергии, высвобожденной из очага землетрясения в форме сейсмических волн:

$$K = \log_{10}(E), \quad (1)$$

где  $K$  – энергетический класс;  $E$  – высвободившаяся энергия сейсмических волн (в Джоулях). В сейсмологии, для оценки величины произошедшего землетрясения, принято округлять его энергетический класс  $K$  до ближайшего целого.

**Правило округления энергетического класса землетрясения.** Правило округления энергетического класса землетрясения  $K$  до ближайшего целого определим, исходя из стандартных правил округления высвободившейся энергии  $E$  сейсмических волн землетрясения. Определим середину интервала  $E_{\text{middle}}$  между целыми числами  $\{10^{[K]}, 10^{[K+1]}\}$  по шкале  $E$ :

$$E_{\text{middle}} = 10^{[K]} + \frac{10^{[K+1]} - 10^{[K]}}{2} = 10^{[K]} + \frac{10^{[K]}(10-1)}{2} = 10^{[K]} \times 5.5, \quad (2)$$

где  $[K]$  – целая часть числа  $K$ , т.е.  $[K]$  – энергетический класс, выраженный в целых числах (например: 8, 9, 10, и т.д.). Тогда середина интервала  $K_{\text{middle}}$  между целыми числами  $\{[K], [K+1]\}$  по шкале  $K$  определится выражением:

$$K_{\text{middle}} = \log_{10}(E_{\text{middle}}) = \log_{10}(10^{[K]}) + \log_{10}(5.5) = [K] + \log_{10}(5.5). \quad (3)$$

Откуда следует правило округления выделившейся энергии в терминах  $K$ :

$$K = [K], \quad \text{если} \quad [K-1] + \log_{10}(5.5) \leq K < [K] + \log_{10}(5.5). \quad (4)$$

Заметим, что  $\log_{10}(5.5) \approx 0.74036$ .

На рисунке 1, в соответствии с (4), в качестве примера схематично изображены границы интервалов энергетических классов  $K \in \{8, 9, 10, 11\}$  для оси абсцисс  $E$ , представленной в логарифмическом масштабе.

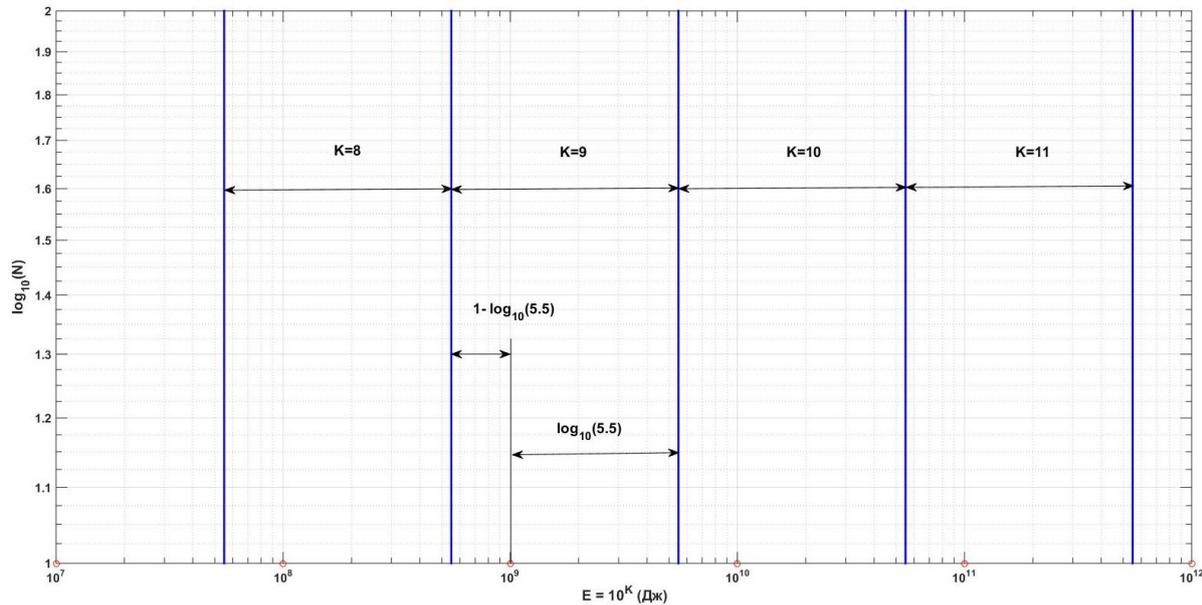


Рисунок 1. Схематическое изображение границ интервалов энергетических классов  $K$  для оси абсцисс  $E$ , представленной в логарифмическом масштабе. Ось ординат на рисунке – количество землетрясений  $N$  в логарифмическом масштабе.

**Описание структуры исходной базы сейсмологических данных.** Исходными данными для проведения исследования является каталог землетрясений в исследуемом регионе. В рассмотрение берутся значимые сейсмические события, начиная с энергетического класса (например,  $K_{\min} = 8$ ), и заканчивая максимальным энергетическим классом в исследуемом регионе  $K_{\max}$  (например,  $K_{\max} = 18$ ). Предполагается, что исследователей интересуют только землетрясения с энергетическим классом в диапазоне  $K_{\min} \leq K \leq K_{\max}$ . Таким образом, они представляют полную группу событий, то есть сумма всех вероятностей возникновения сейсмических событий из этого диапазона равна единице.

Для использования предлагаемого метода оценки вероятности возникновения значимых сейсмических событий структура базы данных должна содержать следующие поля каталога землетрясений в изучаемом районе:

- 1) время события  $t$ ;
- 2) географическая широта  $\varphi$  в градусах;
- 3) географическая долгота  $\lambda$  в градусах;
- 4) энергия  $E$  или энергетический класс  $K$  события (без округления).

**Метод агрегации данных для оценки вероятности возникновения значимых сейсмических событий на основе аппроксимации плотности вероятности по статистическим наблюдениям.** Понятие сейсмической угрозы удобно оценивать вероятностной мерой возникновения сильных сейсмических событий, влекущих к возможному ущербу населению, зданиям и сооружениям, а также к техногенным катастрофам из-за особенностей рельефа местности и возможного расположения опасных производств в сейсмоопасных районах.

Так же как в [3], свяжем понятие сейсмической угрозы в конкретном узле координатной сетки  $(\varphi, \lambda)$  с вероятностью возникновения значимого события

энергетического класса выше заданного –  $K^*$ , характеризующегося вероятностью  $P_{\varphi\lambda}^{K^*}$ , то есть вероятностью попадания сейсмического события в интервал –  $K^* \leq K \leq K_{\max}$

$$P_{\varphi\lambda}^{K^*} = P_{\varphi\lambda}(K^* \leq K \leq K_{\max}), \tag{5}$$

где  $K_{\max}$  – сейсмическое событие максимально возможного класса в данном узле координатной сетки  $(\varphi, \lambda)$ . Очевидно, что вероятность попадания случайной величины  $K$  в заданный интервал  $K^* \leq K \leq K_{\max}$ , определяется через её плотность распределения  $f_{\varphi\lambda}(K)$  следующим образом:

$$P_{\varphi\lambda}^{K^*} = P_{\varphi\lambda}(K^* \leq K \leq K_{\max}) = \int_{K^*}^{K_{\max}} f_{\varphi\lambda}(K) dK, \tag{6}$$

Причём землетрясения с энергетическим классом в диапазоне  $K_{\min} \leq K \leq K_{\max}$  представляют полную группу событий

$$P_{\varphi\lambda}(K_{\min} \leq K \leq K_{\max}) = \int_{K_{\min}}^{K_{\max}} f_{\varphi\lambda}(K) dK = 1. \tag{7}$$

Таким образом, для определения сейсмического риска в конкретном узле координатной сетки  $P_{\varphi\lambda}^{K^*}$  необходимо определить функцию плотности вероятности значимого сейсмического события  $f_{\varphi\lambda}(K)$  для  $K \in [K_{\min}, K_{\max}]$ . Предлагается идентифицировать функцию плотности вероятности  $f_{\varphi\lambda}(K)$  по имеющимся статистическим данным о значимых землетрясениях, приписанных узлу координатной сетки  $(\varphi, \lambda)$ .

**Алгоритм отбора данных сейсмических событий.**

**Первый шаг** – привязка центральных узлов агрегации данных координатной сетки к границам изучаемой территории.

Предлагаемую схему агрегации данных сейсмических событий приведем на примере региона Кыргызского Тянь-Шаня (северная широта  $\varphi \in [38.80^\circ, 43.6^\circ]$ , восточная долгота  $\lambda \in [69.00^\circ, 80.6^\circ]$ ). Выбранный участок территории определяется накопленной базой данных (каталог землетрясений Института сейсмологии [5]) о сейсмических событиях, произошедших за весь исторический период наблюдения, начиная с – 250 года до н. э., и заканчивая 2023 годом (включая май). Структура предоставленной базы сейсмологических данных с энергетическим классом  $K \geq 7.6$ , приведена в таблице 1 (всего 75503 событий).

Таблица 1. Структура базы сейсмологических данных с энергетическим классом  $K \geq 7.6$ .

Время в формате:					Широта (град.)	Долгота (град.)	Энергетический класс K	Примечание
год	месяц	число	час	мин. сек.				
-250					77.50	42.70	16.1	Исторические землетрясения
500					76.50	42.70	15.7	
838					71.80	40.30	13.6	
1475					75.20	42.60	15.6	
1494					71.60	41.00	13.2	
1600					76.00	40.00	14.8	
1620					71.40	40.90	14.6	
1716					81.00	43.20	17.0	

...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1980	10	7	1	2	41	72.30	39.32	10.7	Устойчивая регистрация землетрясений с $K \geq 7.6$
1980	10	7	12	16	13.5	76.00	41.45	8.1	
1980	10	7	18	44	39.7	72.55	39.32	7.7	
1980	10	7	22	49	33.9	77.75	40.15	11.6	
1980	10	8	5	34	6.6	79.78	41.70	7.8	
1980	10	8	17	2	7.2	73.13	41.90	9.0	
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
2023	5	26	19	21	28.4	73.72	39.50	8.6	Последние землетрясения в обработке
2023	5	27	4	27	34.3	77.63	39.18	7.6	
2023	5	27	13	24	26.2	73.25	40.80	8.7	
2023	5	29	0	14	40.0	80.53	42.22	7.9	
2023	5	31	6	14	33.5	77.12	40.42	9.4	
2023	5	31	7	12	48.6	77.08	40.45	10.3	
2023	5	31	11	48	31.3	77.23	39.38	8.1	
2023	5	31	21	21	11.4	69.97	39.40	7.6	
Всего землетрясений ( $K \geq 7.6$ )						75503			

Разместим узлы сетки в указанном ранее районе Кыргызского Тянь-Шаня (северная широта  $\varphi \in [38.80^\circ \ 43.6^\circ]$ , восточная долгота  $\lambda \in [69.00^\circ \ 80.6^\circ]$  с шагом –  $0.167^\circ$  по широте ( $0.167 \cdot 111 = 8.537$  км.) и –  $0.25^\circ$  по долготе ( $0.25 \cdot 83 = 20.75$  км.). На рисунке 2 представлена в виде матрицы схема размещения узлов сетки в исследуемом регионе. Очевидно, что точность прогноза сейсмических показателей будет тем выше, чем больше узлов сетки (размер матрицы) будет в исследуемом регионе. Однако, слишком большая размерность матрицы (количество узлов сетки) приводит к существенному росту вычислений и, как следствие, значительному увеличению времени решения задачи.

Сформируем плоский участок территории в виде геометрической фигуры (например, прямоугольника, окружности и т. д.) с центром в узле координатной сетки ( $\varphi, \lambda$ ), именуемым в дальнейшем трафарет. Все сейсмические события, произошедшие внутри трафарета за заданный интервал времени, приписываются центру фигуры (узлу сетки) с координатами ( $\varphi, \lambda$ ). Размер и форма трафарета должны быть одинаковыми для всего исследуемого региона. При этом площадь трафарета должна быть достаточно большой для объективного отображения значимых сейсмических событий, влияющих на сейсмический режим конкретного узла сетки, т. е. обладать обобщающим свойством. Очевидно, что точность прогноза сейсмических показателей будет тем выше, чем больше узлов сетки (размер матрицы координатной сетки) будет в исследуемом регионе. Однако слишком большая размерность матрицы (количество узлов сетки) приводит к существенному росту вычислений и, как следствие, значительному увеличению времени решения задачи.

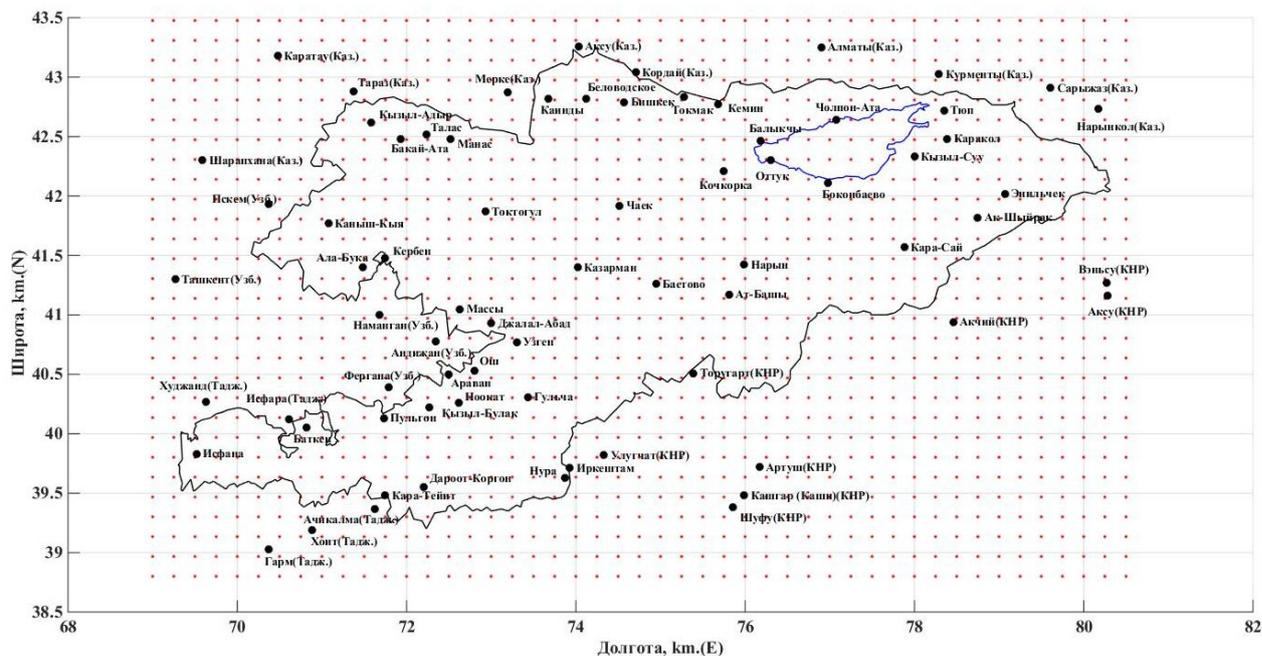


Рисунок 2. Схема размещения узлов сетки для расчета сейсмических показателей.

Узлы сетки, находящиеся в центрах трафаретов, в соответствии с рисунком 2, будут располагаться в матрице размером [27 строк × 45 столбцов] (отступ по столбцу слева и справа и по строке сверху и снизу от исходной матрицы узлов). Таким образом количество узлов сетки исследуемого района составило  $27 \times 45 = 1215$ .

Зададим «агрегационный трафарет» в виде геометрической фигуры (например, прямоугольника, окружности и т.д.) – плоского участка территории с центром в узле координатной сетки  $(\varphi_{ij}, \lambda_{ij})$ ,  $i=1, n$ ;  $j=1, m$  ( $n$  – количество строк,  $m$  – количество столбцов соответствующей матрицы). Все сейсмические события, произошедшие внутри трафарета за заданный интервал времени, будем приписывать центру трафарета (узлу сетки) с координатами  $(\varphi_{ij}, \lambda_{ij})$ . Размер и форма трафарета должны быть одинаковыми для всего исследуемого региона.

В отличие от [3], где «агрегационный трафарет» был задан в виде прямоугольника, здесь в качестве трафарета была выбрана **окружность** с центром в узле сетки. Данный трафарет обеспечивает равную удаленность крайних точек трафарета от узла сетки, являющегося центром окружности. Зададим радиус окружности больше шага сетки дискретизации, например,  $R = 35$  км. Отметим, что слишком большой радиус окружности может привести к потере специфичности узла сетки. При этом площадь трафарета  $S$  должна быть достаточно большой для объективного отображения значимых сейсмических событий, влияющих на сейсмический режим конкретного узла сетки, т. е. обладать обобщающим свойством. В нашем случае, выбранный радиус окружности обеспечивает достаточно большую площадь ( $S = \pi R^2 = 3848.5 \text{ км}^2$ ) агрегации значимых сейсмических событий.

**Второй шаг** – процедура агрегации (сжатия) сейсмической информации

Центр трафарета устанавливается в первый узел сетки (1-ая строка, 1-ый столбец) разбиения и агрегируем все сейсмические события заданного энергетического класса

$K \in [K_{\min}, K_{\max}]$  (магнитуды), находящиеся внутри трафарета, приписывая их узлу сетки  $(\varphi_{11}, \lambda_{11})$ . Затем, последовательно перемещаясь по всем узлам сетки матрицы (рисунок 3), формируется база данных сейсмических событий для каждого узла сетки  $(\varphi_{ij}, \lambda_{ij})$ ,  $i=\overline{1, n}$ ;  $j=\overline{1, m}$ , где  $n=27$  – количество строк,  $m=45$  – количество столбцов матрицы.

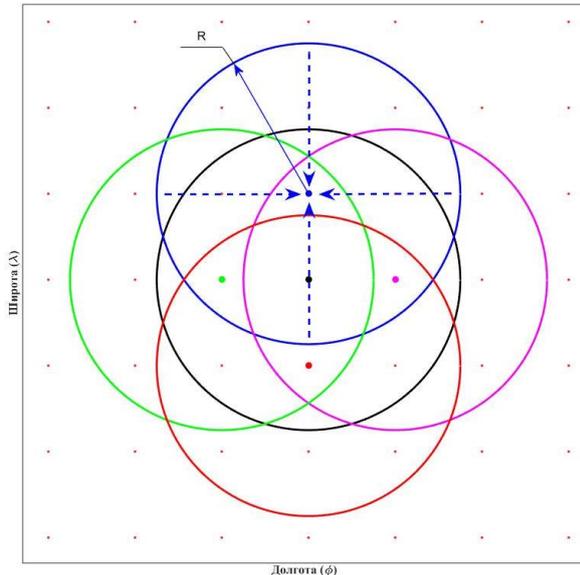


Рисунок 3. Схема агрегации сейсмических событий окружностью  $R = 35$  км.

Необходимо отметить, что в процессе перемещения трафарета вдоль сетки, некоторые участки территории могут входить многократно в агрегированную информацию разных узлов. Регулируя размер шаблона и дискретизацию сетки, можно влиять на обобщённость и точность определения сейсмического режима исследуемого региона.

Для исследуемого региона (рисунок 2), все землетрясения за заданное время, попавшие внутри трафарета, в центре которого находится узел сетки с координатами  $(\varphi_{ij}, \lambda_{ij})$   $i=\overline{1, 27}$   $j=\overline{1, 45}$ , заносятся в агрегированную таблицу сейсмических событий, принадлежащих данному узлу. **Алгоритм агрегации данных**, используя правило округления (4) для поля  $K$  исходной базы сейсмических данных таблицы 1, формирует следующую структуру данных для конкретных узлов сетки (поля базы данных):

- энергетический класс землетрясения  $[K]$ ;
- количество землетрясений  $N$  в границах диапазона  $[K]$ ;
- суммарная энергия  $E_{[K]}$  в логарифмическом масштабе, выделившаяся в границах диапазона  $[K]$  определится выражением:

$$E_{[K]} = \log_{10} E_{\Sigma K}, \quad (8)$$

где  $E_{\Sigma K}$  – суммарная энергия, выделившаяся в границах диапазона  $[K]$ ;

- усреднённая энергия в логарифмическом масштабе  $\log_{10}(E_{\Sigma K} / N)$ , выделившаяся за одно событие в границах диапазона  $[K]$ .

В таблицах 2–5 приведены агрегированные сейсмические данные для различных узлов сетки исследуемого региона, демонстрирующие типичные особенности их неоднородности.

Таблица 2. Структура агрегированной базы сейсмологических данных для узла (42.307° с. ш., 76.75° в. д.).

Сейсмические события за все время наблюдений (от исторических до 05.2023 года) для узла (№ 831) (широта – 42.307°, долгота – 76.75°)			
Энергетический класс землетрясения [K]	Количество землетрясений в границах диапазона N	Суммарная энергия, выделившаяся в границах диапазона (в лог. масштабе) $E_{[K]} = \log_{10} E_{\Sigma K}$	Усреднённая энергия, выделившаяся за одно событие в границах диапазона $\log_{10}(E_{\Sigma K} / N)$
8	180	10.462	8.2066
9	72	11.082	9.2244
10	23	11.649	10.287
11	7	12.203	11.357
12	1	12.200	12.200
<b>Итого</b>	<b>283</b>	<b>12.577</b>	

Таблица 3. Структура агрегированной базы сейсмологических данных для узла (39.301° с. ш., 73.75° в. д.).

Сейсмические события за все время наблюдений (от исторических до 05.2023 года) для узла (№ 489) (широта – 39.301°, долгота – 73.75°)			
Энергетический класс землетрясения [K]	Количество землетрясений в границах диапазона N	Суммарная энергия, выделившаяся в границах диапазона (в лог. масштабе). $E_{[K]} = \log_{10} E_{\Sigma K}$	Усреднённая энергия, выделившаяся за одно событие в границах диапазона $\log_{10}(E_{\Sigma K} / N)$
8	2130	11.613	8.2844
9	1413	12.468	9.318
10	738	13.144	10.276
11	214	13.586	11.255
12	82	14.186	12.272
13	22	14.578	13.235
14	5	15.047	14.348
15	3	15.636	15.157
16	1	16.600	16.600
<b>Итого</b>	<b>4608</b>	<b>16,661</b>	

Таблица 4. Структура агрегированной базы сейсмологических данных для узла (41.305° с. ш., 69.5° в. д.).

Сейсмические события за все время наблюдений (от исторических до 05.2023 года) для узла (№ 42) (широта – 41.305°, долгота – 69.5°)			
Энергетический класс землетрясения [K]	Количество землетрясений в границах диапазона N	Суммарная энергия, выделившаяся в границах диапазона (в лог. масштабе.)	Усреднённая энергия, выделившаяся за одно событие в

		$E_{[K]} = \log_{10} E_{\Sigma K}$	границах диапазона $\log_{10}(E_{\Sigma K} / N)$
8	187	10.525	8.2535
9	64	10.976	9.1696
10	24	11.512	10.132
11	7	12.084	11.239
12	3	12.354	11.877
13	3	13.624	13.147
14	–	–	–
15	2	15.801	15.5
<b>Итого</b>	<b>290</b>	<b>15.804</b>	

Таблица 5. Структура агрегированной базы сейсмологических данных для узла (42.808° с. ш., 74.5° в. д.).

Сейсмические события за все время наблюдений (от исторических до 05.2023 года) для узла (№ 591) (широта – 42.808°, долгота – 74.5°)			
Энергетический класс землетрясения [K]	Количество землетрясений в границах диапазона N	Суммарная энергия, выделившаяся в границах диапазона (в лог. масштабе.) $E_{[K]} = \log_{10} E_{\Sigma K}$	Усреднённая энергия, выделившаяся за одно событие в границах диапазона $\log_{10}(E_{\Sigma K} / N)$
8	99	10.236	8.2407
9	46	10.821	9.1586
10	22	11.502	10.159
11	7	12.213	11.368
12	3	12.777	12.3
13	4	14.097	13.495
14	1	14.5	14.5
15	1	14.8	14.8
16	1	16.5	16.5
<b>Итого</b>	<b>184</b>	<b>16.515</b>	

### Аппроксимация функции плотности распределения вероятности $f_{\varphi\lambda}(K)$ по агрегированным данным сейсмических событий отдельного узла сетки ( $\varphi_{ij}, \lambda_{ij}$ )

Аппроксимацию функции плотности распределения вероятности конкретного узла сетки  $f_{\varphi\lambda}(K)$  будем осуществлять с использованием общепринятой характеристики сейсмического режима – **графика повторяемости землетрясений**, обычно изображаемого с использованием закона Гутенберга–Рихтера [1, 2]. Закон повторяемости землетрясений Гутенберга–Рихтера является универсальным законом сейсмологии, его можно сформулировать следующим образом. Если в достаточно большом сейсмоактивном регионе длительно наблюдать землетрясения, то распределение их числа  $N$  по энергиям  $K$  соответствующих классов будет иметь следующий **линейный** вид:

$$\log_{10}(N) = \alpha - \gamma K, \quad (9)$$

где  $\alpha$ ,  $\gamma$  – параметры уравнения прямой,  $\gamma$  – наклон графика повторяемости землетрясений. При этом параметры  $\alpha$  и  $\gamma$  могут иметь различные значения для различных узлов исследуемого региона.

### **Проблемы применения закона повторяемости землетрясений Гутенберга–Рихтера.**

Проблемы применения закона повторяемости землетрясений Гутенберга–Рихтера и варианты их решений рассматривали многие авторы. Перечислим ниже основные проблемы (с точки зрения авторов данного исследования) применения закона повторяемости:

1. Неполнота накопленных статистических данных, в силу малого временного интервала фиксации достоверных сейсмических событий, в некоторых случаях не позволяет однозначно интерпретировать полученные параметры  $\alpha$  и  $\gamma$  модели (9) с точки зрения здравого физического смысла. Данная проблема требует восстановления провалов в измерениях, если набор данных не соответствует **главной гипотезе закона повторяемости землетрясений Гутенберга–Рихтера** – соотношения количества землетрясений соседних энергетических классов: **количество землетрясений последующего (большего) энергетического класса должно быть меньше предыдущего.**

Таким образом, необходима **процедура «ремонта данных», восполняющая их для выполнения гипотезы закона повторяемости землетрясений Гутенберга–Рихтера, построенная на базе объективно полученных сейсмологических данных.**

2. Проблема округления энергетических классов  $K$  землетрясений до ближайшего целого по формуле (4) и подсчет количества округлённых событий  $N$  внутри каждого класса, теряет часть ценной информации о выделившейся энергии сейсмических событий внутри каждого класса, искажая общую картину модели (9). **Требуется разработка нового метода построения кривой повторяемости землетрясений Гутенберга–Рихтера по энергиям землетрясений, выделившихся в границах соответствующих классов.**

3. Нарушение линейности соотношения (4) для сейсмических событий различных диапазонов энергетических классов  $K$  (диапазоны «ощутимых» и «сильных» событий). Данная проблема не позволяет однозначно характеризовать функцию плотности распределения вероятности землетрясений разных энергетических классов  $K$  (диапазоны «ощутимых» и «сильных» событий) всего лишь двумя параметрами  $\alpha$  и  $\gamma$ . **Требуется несколько пар таких параметров для различных диапазонов  $K$ .**

### **Алгоритм «ремонта данных», основанный на сохранение энергии, выделившейся внутри трафарета за фиксированный интервал времени**

Как указывалось, выше, неполнота накопленных статистических данных, в некоторых случаях не позволяет однозначно интерпретировать полученные параметры линейной модели Гутенберга–Рихтера (9), с точки зрения правильной ориентации прямой на плоскости. Например, агрегированные данные в узлах сетки, представленных в таблицах 4 и 5, нарушают гипотезу закона повторяемости землетрясений Гутенберга–Рихтера (соотношение количества землетрясений соседних энергетических классов–количество землетрясений последующего энергетического класса должно быть меньше предыдущего).

**Предлагаемая идея «ремонта данных» заключается в следующем:**

- необходимо восстановить пропуски в измерениях (осуществить ремонт данных), если такие случаи искажают главную гипотезу Гутенберга–Рихтера (например, таблице 5);
- **ремонт данных необходимо осуществить путём перемещения сейсмических событий из вышестоящего класса в нижестоящий смежный класс с**

**обеспечением сохранности общей выделившейся энергии внутри трафарета заданного узла** (например, таблицы 4, 5).

Несоответствие данных гипотезе предлагается устранить с помощью следующего алгоритма «ремонта данных»:

1. Выявление факта несоответствия данных гипотезе закона повторяемости землетрясений Гутенберга–Рихтера.
2. Восстановление несоответствия гипотезе путём перемещения сейсмических событий из вышестоящего класса в нижестоящий смежный класс с обеспечением сохранности общей выделившейся энергии внутри трафарета заданного узла.
3. Циклическая проверка факта нарушения количественного соотношения последовательных энергетических классов и устранение проблемы путём переноса одного сейсмического события с усреднённой энергией из старшего класса в эквивалентные ему десять событий с той же энергией смежного младшего класса (циклическая проверка продолжается до устранения всех нарушений).

Заметим, что процедура ремонта данных применяется только в тех случаях, где не соблюдается гипотеза о количественном соотношении числа землетрясений в смежных энергетических классах. Так, например, в узле сетки с координатами (42.808° с. ш., 74.5° в. д.), представленном в таблице 5, количество землетрясений  $N$  в смежных энергетических классах с  $[K]=12$  по  $[K]=16$  не соответствуют гипотезе закона повторяемости землетрясений Гутенберга–Рихтера. Применяв к неполным данным из таблицы 5 ранее описанный алгоритм «ремонта данных», получим восстановленные данные (см. таблицу 6).

Таблица 6. Структура отремонтированной базы сейсмологических данных для узла (42.808° с. ш., 74.5° в. д.).

Сейсмические события за все время наблюдений (от исторических до 05.2023 года) для узла (№ 591) (широта – 42.808°, долгота – 74.5°)				
Исходные данные		Отремонтированные данные (исходные данные)		
Энергетический класс землетрясения $[K]$	Количество землетрясений в границах диапазона $N$	Количество землетрясений в границах диапазона $N$	Суммарная энергия, выделившаяся в границах диапазона $E_{[K]} = \log_{10} E_{\Sigma K}$	Усреднённая энергия, выделившаяся за одно событие в границах диапазона $\log_{10}(E_{\Sigma K} / N)$
8	99	<b>99</b>	<b>10.236</b> (10.236)	<b>8.2407</b> (8.2407)
9	46	<b>46</b>	<b>10.821</b> (10.821)	<b>9.1586</b> (9.1586)
10	22	<b>42</b>	<b>11.978</b> (11.502)	<b>10.354</b> (10.159)
11	7	<b>35</b>	<b>13.021</b> (12.213)	<b>11.477</b> (11.368)
12	3	<b>30</b>	<b>13.961</b> (12.777)	<b>12.484</b> (12.3)
13	4	<b>21</b>	<b>14.821</b> (14.097)	<b>13.499</b> (13.495)
14	1	<b>19</b>	<b>15.779</b> (14.500)	<b>14.50</b> (14.500)

15	1	9	16.414 (14.800)	15.46 (14.800)
16	1	0	– (16.500)	– (16.500)
<b>Итого</b>	<b>184</b>	<b>301</b>	<b>16.515 (16.515)</b>	

Как видно из таблицы 6, количество землетрясений после ремонта возросло с 184 до 301. При этом предложенный алгоритм после ремонта данных восстановил гипотезу закона повторяемости землетрясений Гутенберга–Рихтера и обеспечил сохранность общей выделившейся энергии внутри трафарета заданного узла  $E_{[K]} = 16.515$ .

Рассмотрим ещё один пример «ремонта данных» для узла сетки с координатами (41.305° с. ш., 69.5° в. д.), представленном в таблице 4. Также, как и в предыдущем случае, применив к неполным данным из таблицы 4, ранее описанный алгоритм «ремонта данных», получим отремонтированные данные для данного узла (см. табл. 7).

Таблица 7. Структура отремонтированной базы сейсмологических данных для узла (41.305° с. ш., 69.5° в. д.).

Сейсмические события за все время наблюдений (от исторических до 05.2023 года) для узла (широта – 41.305°, долгота – 69.5°)				
Исходные данные		Отремонтированные данные (исходные данные)		
Энергетический класс землетрясения [K]	Количество землетрясений в границах диапазона N	Количество землетрясений в границах диапазона N	Суммарная энергия, выделившаяся в границах диапазона $E_{[K]} = \log_{10} E_{\Sigma K}$	Усреднённая энергия, выделившаяся за одно событие в границах диапазона $\log_{10}(E_{\Sigma K} / N)$
8	187	187	10.525 (10.525)	8.2535 (8.2535)
9	64	64	10.976 (10.976)	9.1696 (9.1696)
10	24	34	11.807 (11.512)	10.276 (10.132)
11	7	26	12.859 (12.084)	11.444 (11.239)
12	3	21	13.772 (12.354)	12.450 (11.877)
13	3	11	14.470 (13.624)	13.429 (13.147)
14	0	9	15.454 (———)	14.500 (———)
15	2	1	15.500 (15.801)	15.500 (15.500)
<b>Итого</b>	<b>290</b>	<b>353</b>	<b>15.804 (15.804)</b>	

Заметим, что суммарная энергия землетрясений в соответствующих узлах, представленных таблицами 6 и 7, выделившаяся внутри трафаретов, осталась неизменной после «ремонта данных».

### Новый метод построения кривой повторяемости землетрясений по энергиям землетрясений, выделившихся в границах соответствующих классов

Аппроксимацию функции плотности распределения вероятности прикрепим к конкретному узлу сетки  $f_{\varphi\lambda}(K)$  и будем проводить с использованием важной

характеристики сейсмического режима – графика повторяемости землетрясений [1]. График повторяемости привязывается к узлу сетки и обычно представляет собой уравнение прямой (9), аппроксимирующей накопленные дискретные точки  $([K], \log_{10}(N))$  внутри трафарета за достаточно большое время. Для однозначной интерпретации будущих результатов будем использовать **отремонтированные данные**, характеризующие узлы сетки там, где нарушается гипотеза закона повторяемости землетрясений Гутенберга–Рихтера (например, данные, приведённые в таблицах 6, 7). Построение кривой повторяемости землетрясений производится на плоскости, где по оси ординат откладывается количество землетрясений  $N$  (за определённый период наблюдения) в логарифмическом масштабе, по оси абсцисс – энергетический класс землетрясений  $K$ .

Рисунки 4 (а, b, с, d) представляют графическую интерпретацию агрегированных данных сейсмических событий (исходных и отремонтированных) для различных узлов изучаемого региона, приведённых в таблицах: 2 (рисунок 4 (а)), 3 (рисунок 4 (b)), 4, 7 (рисунок 4 (с)), 5, 6 (рисунок 4 (d)).

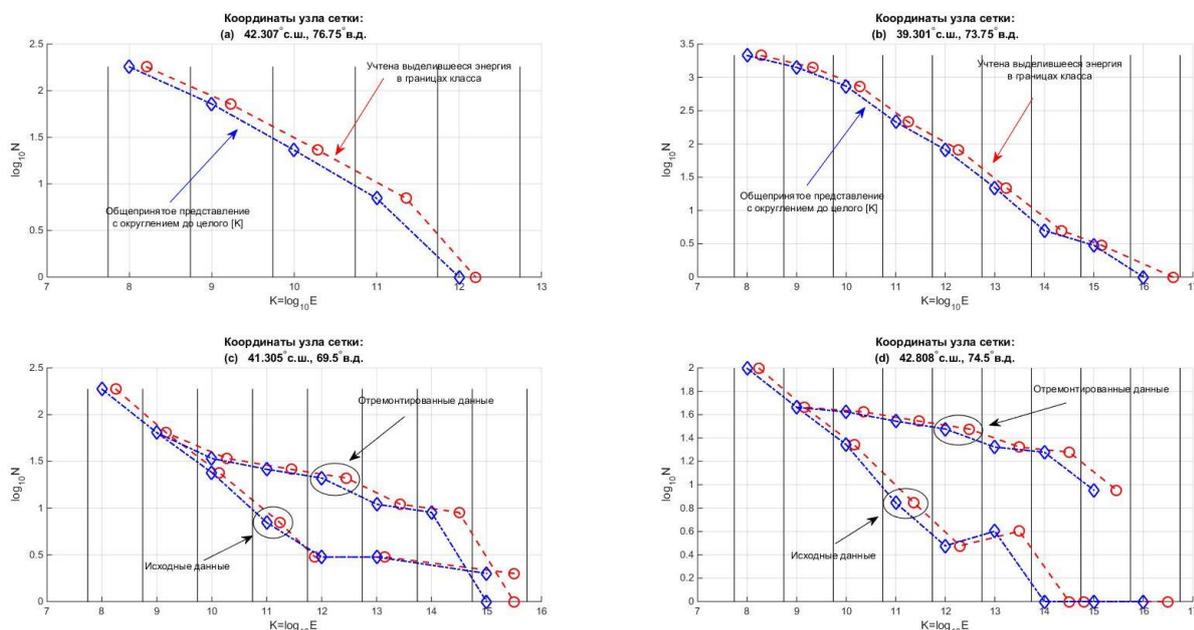


Рисунок 4. Графические интерпретации агрегированных данных (исходных и отремонтированных) сейсмических событий, приведённых в таблицах: 2 (рисунок 4 (а)), 3 (рисунок 4 (b)), 7 (рисунок 4 (с)), 6 (рисунок 4 (d)).

Заметим, что обычно кривая повторяемости землетрясений Гутенберга–Рихтера строится по линейной модели (9), путем наилучшего приближения прямой к измеренным данным, представляющим собой дискретные точки  $([K], \log_{10} N)$  на плоскости  $(K, \log_{10} N)$ , полученные путём округления энергетического класса  $K$  до целого числа  $[K]$  по правилу (4). При этом параметры  $\alpha$  и  $\gamma$  линейной модели (9) обычно определяются путем обработки накопленных статистических данных внутри трафарета с помощью, например, метода наименьших квадратов или метода максимального правдоподобия [Отчёт лаборатории, 2020 г.]. Однако, как видно из рисунков 4 ((а), (b), (с), (d)), построение кривой повторяемости традиционным методом имеет следующие недостатки:

1. Из-за округления  $K$  теряется ценная информация о выделившейся энергии внутри границ класса  $[K]$ , которая искажает модель (9).
2. Процедура использования модели (9) имеет смысл только для отремонтированных данных.

Заметим, что даже если для традиционного построения кривой повторяемости землетрясений, вместо точек  $([K], \log_{10} N)$  использовать точки, учитывающие выделившуюся энергию в границах класса  $(\log_{10}(E_{\Sigma K} / N), \log_{10} N)$ , то модель (9) будет точнее описывать реальный сейсмический режим изучаемого региона.

Кроме того, поскольку график повторяемости представляет собой непрерывную кривую, то разное количество землетрясений  $N_{[K]} = \log_{10} N$ , произошедших внутри границ класса  $[K]$ , может выделить одну и ту же зафиксированную суммарную энергию  $E_{[K]}$  (константу) внутри границ класса  $[K]$ .

Учитывая вышеизложенное, **предлагается новый метод построения кривой повторяемости землетрясений**, в котором:

- для построения кривой повторяемости будут использоваться только отремонтированные данные там, где это необходимо;
- вместо количества землетрясений  $N$ , произошедших внутри границ класса  $[K]$ , будет использоваться зарегистрированная суммарная энергия  $E_{[K]}$  (8), выделившаяся в границах того же класса;
- при построении кривой повторяемости землетрясений, для учёта суммарной выделившейся энергии  $E_{[K]}$ , будет сделано допущение **о непрерывном характере изменения переменной  $N_{[K]}$**  (переменная  $N_{[K]}$  перестаёт быть дискретной), обеспечивающим постоянство зарегистрированной выделившейся энергии  $E_{[K]}$  внутри границ класса  $[K]$ , при этом делается допущение, что  $N \geq 1$  ( $N_{[K]} \geq 0$ ) (минимально возможно одно событие).

Перечисленные выше факты, заложенные в основу предлагаемого метода, предполагают следующий алгоритм построения кривой повторяемости землетрясений:

1. Готовятся агрегированные исходные данные для построения кривой повторяемости, которая приписывается конкретному узлу сетки изучаемого региона (рисунки 2, 4, таблицы 2–5).
2. В тех узлах, где это необходимо, осуществляется «ремонт данных» – устранение несоответствия исходных данных гипотезе о соотношении количества землетрясений в соседних энергетических классах (таблицы 6, 7, рисунок 4 (с), 4 (d)).
3. В пределах границ заданного энергетического класса  $[K]$  – с выделившейся энергией  $E_{\Sigma K}$  (или  $E_{[K]}$  в логарифмическом масштабе), вводится непрерывная переменная  $\bar{N}$  (или  $N_{[K]}$  в логарифмическом масштабе) и осуществляется просчёт её значений по формуле, обеспечивающей постоянство энергии  $E_{[K]}$  в границах данного класса:

$$\bar{N} = \frac{E_{\Sigma K}}{10^K}, \quad \log_{10} \bar{N} = \log_{10} E_{\Sigma K} - K, \quad N_{[K]} = E_{[K]} - K \quad (10)$$

где  $K \in ]([K]-1 + \log_{10} 5.5), ([K] + \log_{10} 5.5)[$  – непрерывная функция в указанном диапазоне. Для построения кривой повторяемости формула (10) последовательно

применяется  $m$  раз ( $m$  – количество зарегистрированных энергетических классов внутри заданного трафарета).

На рисунках 5 ((a), (b)), для узлов сетки с координатами (41.305° с. ш., 69.5° в. д.) (таблица 7) и узлов сетки с координатами (42.808° с. ш., 74.5° в. д.) (таблица 6), изображены кривые повторяемости землетрясений, построенные с последовательным использованием формулы (10)  $m = 8$  раз. Как видно из рисунков, кривые повторяемости имеет пилообразный вид. Замыкая эти кривые прямыми параллельными координатным осям, получим замкнутые фигуры, напоминающие ежей.

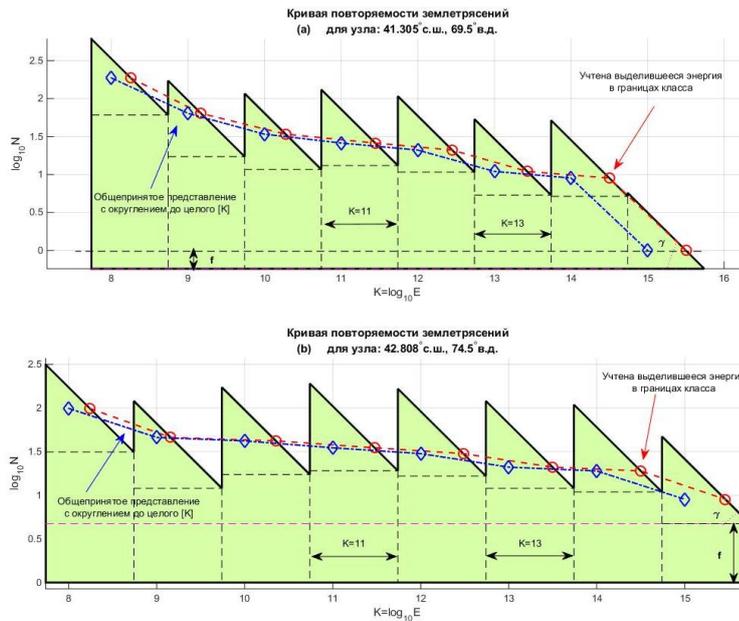


Рисунок 5. Графическая интерпретация кривой повторяемости землетрясений, построенной с последовательным использованием формулы (10) ( $m = 8$ ), для узлов сетки: (а – таблица 7), (b – таблица 6).

Перечислим типы исходных данных, используемых для построения кривых повторяемости землетрясений (рисунки 5 (a), (b)):

1. **Традиционный** – полученный с учётом округления по энергетическому классу  $[K]$  и количеству землетрясений  $N$  внутри границ класса (штрихпунктирная линия).
2. **Улучшенный** – полученный с учётом усреднённой, выделившейся за одно событие энергии  $\log_{10}(E_{\Sigma K} / N)$ , в границах диапазона и количеству землетрясений  $N$  внутри границ класса (пунктирная линия).
3. **Непрерывный улучшенный** – полученный с учётом, выделившейся энергии  $E_{[K]} = \log_{10} E_{\Sigma K}$ , внутри границ класса  $[K]$  и непрерывной переменной  $N_{[K]} = \log_{10} \bar{N}$ , вычисленной по формуле (10). Этот тип данных обеспечивает постоянство выделившейся энергии  $E_{[K]}$  для любого непрерывного  $K$  из диапазона  $([K] - 1 + \log_{10} 5.5) < K \leq ([K] + \log_{10} 5.5)$  (сплошная пилообразная линия).

Заметим, что все три типа исходных данных, используемых для построения кривых повторяемости землетрясений, находятся в смежной близости друг от друга, и различаются **дискретным** характером происхождения первых двух (пунктирная и штрихпунктирная линии), и **непрерывным** (непрерывная пилообразная линия) происхождением последнего (рисунок 10 (a), (b)).

Таким образом, предпочтительнее в качестве кривой плотности вероятности  $f_{\varphi\lambda}(K)$  использовать пилообразную кривую повторяемости землетрясений, полученную с помощью соотношения (10), так как она агрегирует больший объём накопленной информации и является непрерывной, в отличие от первых двух, которые могут быть использованы для этих целей только после аппроксимации дискретных данных непрерывным линейным законом Гутенберга–Рихтера (9).

Заметим также, что и сам линейный закон Гутенберга–Рихтера (9) следует лучше всего применять к пилообразной кривой повторяемости землетрясений, которая является предпочтительней первых двух (традиционной и улучшенной), из-за большего объёма накопленной информации, использованной для её построения.

### Аппроксимация пилообразной кривой повторяемости землетрясений линейным законом Гутенберга–Рихтера.

Пилообразную кривую повторяемости землетрясений, построенную по алгоритму предложенного выше метода (учитывающего выделившуюся энергию землетрясений), можно аппроксимировать линейной моделью (9) с помощью, например, традиционных методов (наименьших квадратов, максимального правдоподобия и др.). Однако, для повышения точности этой процедуры, предлагается использовать алгоритм, обеспечивающий принцип равных площадей исходной фигуры в форме «ежа» (рис. 5) и традиционного прямоугольного треугольника, имеющего общий катет по оси абсцисс с исходной фигурой.

**Алгоритм идентификации модели, обеспечивающий принцип равных площадей:**

1. Вычисляется площадь  $S_{\text{fig}}$  замкнутой фигуры «ёж» (рисунок 5), образованной прямыми, параллельными координатным осям, и пилообразной кривой повторяемости землетрясений.
2. Ставится задача определения длины  $y$  недостающего катета прямоугольного треугольника (параллельного оси ординат), второй катет которого имеет длину:

$$x = K_{\text{max}} - K_{\text{min}} + 1,$$

где  $K_{\text{max}}$ ,  $K_{\text{min}}$  – величины максимального и минимального энергетических классов без пропусков, наблюдаемых в выбранном узле сетки. Длину первого катета определим из условия равенства площадей искомого прямоугольного треугольника

$S_{\text{tr}}$  и фигуры «ёж»  $S_{\text{fig}}$  ( $S_{\text{tr}} = \frac{1}{2}xy = S_{\text{fig}}$ ), в случае если  $f < 0$ , где

$$f = \min \{ [E_{[K]_i} - [K]_i - \log_{10} 5.5], (i = \overline{K_{\text{min}}, K_{\text{max}}}) \},$$

и из условия равенства площади искомого прямоугольного треугольника  $S_{\text{tr}}$  и частичной площади фигуры «ёж» (верхний треугольник)  $\bar{S}_{\text{fig}}$  ( $S_{\text{tr}} = \frac{1}{2}xy = \bar{S}_{\text{fig}}$ ), в случае если  $f \geq 0$ .

Получим:

$$y = \begin{cases} \frac{2\bar{S}_{\text{fig}}}{x} = \frac{2\bar{S}_{\text{fig}}}{(K_{\text{end}} - K_{\text{min}} + 1)}, & \text{если } f \geq 0; \\ \frac{2S_{\text{fig}}}{x} = \frac{2S_{\text{fig}}}{(K_{\text{end}} - K_{\text{min}} + 1)}, & \text{если } f < 0, \end{cases} \quad (11)$$

3. Определим наклон прямой  $\gamma$  линейной модели Гутенберга–Рихтера (9) как наклон гипотенузы прямоугольного треугольника, полученного на втором шаге:

$$\gamma = \begin{cases} \frac{2\bar{S}_{\text{fig}}}{x} = \frac{2\bar{S}_{\text{fig}}}{(K_{\text{end}} - K_{\text{min}} + 1)^2}, & \text{если } f \geq 0; \\ \frac{2S_{\text{fig}}}{x} = \frac{2S_{\text{fig}}}{(K_{\text{end}} - K_{\text{min}} + 1)^2}, & \text{если } f < 0, \end{cases} \quad (12)$$

**Алгоритм вычисления площади фигуры «ёж»  $S_{\text{fig}}$ :**

1. Вычисляем значения пилообразной функции (10)  $N_{[K]_i} = E_{[K]_i} - K_i$ , в точках:  $K_i = [K]_i + \log_{10} 5.5$  ( $i = \overline{K_{\text{min}}, K_{\text{max}}}$ ), где  $E_{[K]_i}$  – энергия в логарифмическом масштабе, выделившаяся внутри границ класса  $[K]_i$ ,  $K_{\text{max}}$  и  $K_{\text{min}}$  – величины максимального и минимального энергетических классов, наблюдаемых в выбранном узле сетки.
2. Определяем площадь фигуры «ёж»  $S_{\text{fig}}$ , в виде суммы площадей  $m$  фигур каждого «зубца пилы» (прямоугольник шириной единица плюс прямоугольный треугольник с катетами равными единице), по формуле:

$$S_{\text{fig}} = \sum_{i=K_{\text{min}}}^{K_{\text{max}}} S_{[K]_i}, \quad (13)$$

где:

$$S_{[K]_i} = \begin{cases} E_{[K]_i} - [K]_i - \log_{10} 5.5 + \frac{1}{2}, & \text{если } f \geq 0; \\ E_{[K]_i} - [K]_i - \log_{10} 5.5 + \frac{1}{2} - f, & \text{если } f < 0, \end{cases}$$

где:  $f = \min \{ [E_{[K]_i} - [K]_i - \log_{10} 5.5], (i = \overline{K_{\text{min}}, K_{\text{max}}}) \}$ .

На рисунке 6 для узла сетки с координатами (39.301° с. ш., 73.75° в. д.) (таблица 3) изображена замкнутая фигура «ёж», площадь которой  $S_{\text{fig}}$ , в соответствии с (13), равна 17.956. Также на этом рисунке изображён равный ей по площади прямоугольный треугольник с общим катетом, параллельным оси абсцисс. Гипотенуза этого треугольника и является идентифицированной линейной моделью Гутенберга–Рихтера (9) с параметром  $\gamma$  равным 0.443, определённым в соответствии с (12), (13).

Необходимо отметить, что для трёх различных типов исходных данных (традиционного, улучшенного и непрерывного улучшенного), аппроксимация их линейной моделью Гутенберга–Рихтера методом наименьших квадратов (МНК) дала различные результаты. Результат, полученный для непрерывно улучшенного набора данных в виде пилообразной кривой повторяемости землетрясений методом МНК, является предпочтительным, так как исходные данные наиболее полно отражают реальный процесс. Однако если линейную аппроксимацию этих же данных произвести методом равных площадей получим ещё более точный результат (по сравнению с МНК), который учитывает не только геометрию пилообразной кривой, но и площадь фигуры «ёж». В таблице 8 приведена оценка параметра  $\gamma$  (12) для узлов сетки (39.301° с. ш., 73.75° в. д.) (таблица 3) и (42.808° с. ш., 74.5° в. д.) (таблица 6), различных наборов исходных данных и методов идентификации.

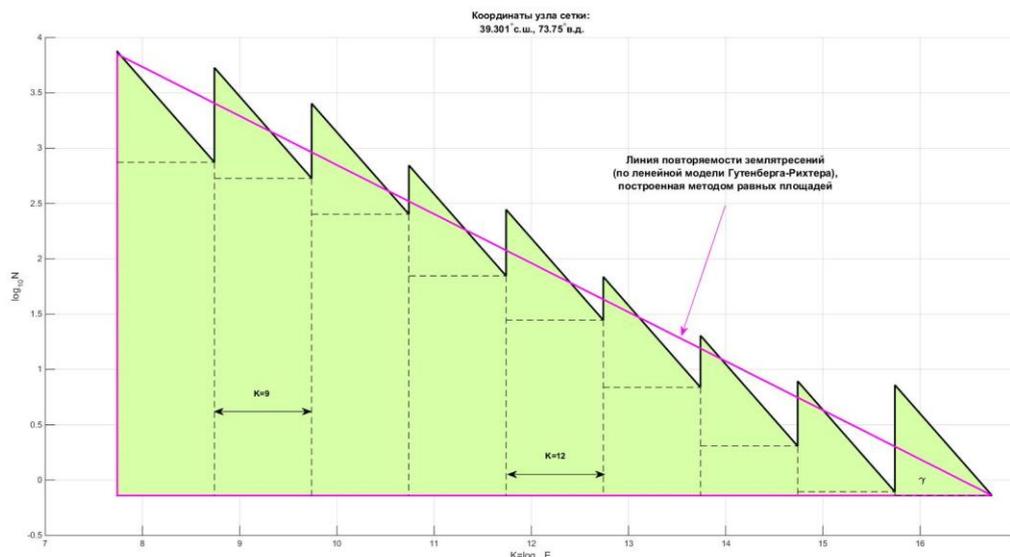


Рисунок 6. Пилообразная кривая повторяемости землетрясений и её линейная аппроксимация моделью Гутенберга–Рихтера, построенная методом равных площадей.

Таблица 8. Оценки параметра  $\gamma$  для узла сетки (39.301° с. ш., 73.75° в. д.).

Параметр $\gamma$ линейной модели Гутенберга–Рихтера			
Метод идентификации	Исходные данные для узла сетки (широта – 39.301°, долгота – 73.75°)		
	Дискретные традиционные	Дискретные улучшенные	Непрерывные улучшенные
МНК	0.444	0.437	0.457
Метод равных площадей $S_{fig}$	–	–	<b>0.443</b>
Исходные данные для узла сетки (широта – 42.808°, долгота – 74.5°)			
Метод идентификации	Дискретные традиционные	Дискретные улучшенные	Непрерывные улучшенные
	МНК	0.121	0.115
Метод равных площадей $\bar{S}_{fig}$	–	–	<b>0.241</b>

**Идентификация функции плотности вероятности  $f_{\varphi\lambda}(K)$  по пилообразной кривой повторяемости землетрясений, для узла координатной сетки  $(\varphi, \lambda)$ .**

Зададим аппроксимирующую функцию плотности распределения вероятности  $f_{\varphi\lambda}(K)$  в виде пилообразной кривой повторяемости землетрясений (10) (рисунок 6). Замыкая эту кривую прямыми, параллельными координатным осям, получим замкнутую фигуру «ёж», описанную выше. Поскольку все сейсмические события, расположенные в диапазоне  $[K_{min}, K_{max}]$ , образуют полную группу значимых событий, то, в соответствии с выражением (7), для использования пилообразной кривой повторяемости землетрясений в качестве плотности распределения вероятности, площадь замкнутой фигуры «ёж» должна равняться единице. Однако её площадь не равна единице, в этом случае, для того, чтобы

кривая повторяемости землетрясений, приобрела свойства плотности распределения вероятности  $f_{\phi\lambda}(K)$ , необходимо нормировать к единице площадь фигуры «ёж», т.е. необходимо ввести нормирующий коэффициент –  $n = 1/S_{\text{fig}}$ , умножение на который приводит площадь фигуры к единице.

Таким образом, с учётом (13), можно определить величину вероятности  $P_{\phi\lambda}^{[K]_i}$  попадания случайной величины  $K_i$  в заданный интервал  $([K]_i - 1 + \log_{10} 5.5) < K_i \leq ([K]_i + \log_{10} 5.5)$ :

$$P_{\phi\lambda}^{[K]_i} = \frac{S_{[K]_i}}{S_{\text{fig}}}, \quad (i = \overline{K_{\min}, K_{\max}}), \quad (14)$$

где  $S_{[K]_i}$  – площадь  $i$ -го «зубца» составной фигуры «ёж» в границах класса  $K_i$ .

На рисунках 7, 8 попарно изображены пилообразные графики повторяемости землетрясений (фигура «ёж») и соответствующие им кривые вероятностей возникновения землетрясений (14), составляющие полные группы событий в диапазоне  $[K_{\min}, K_{\max}]$  для соответствующих узлов сетки, представленных в таблицах 2, 3, 6, 7.

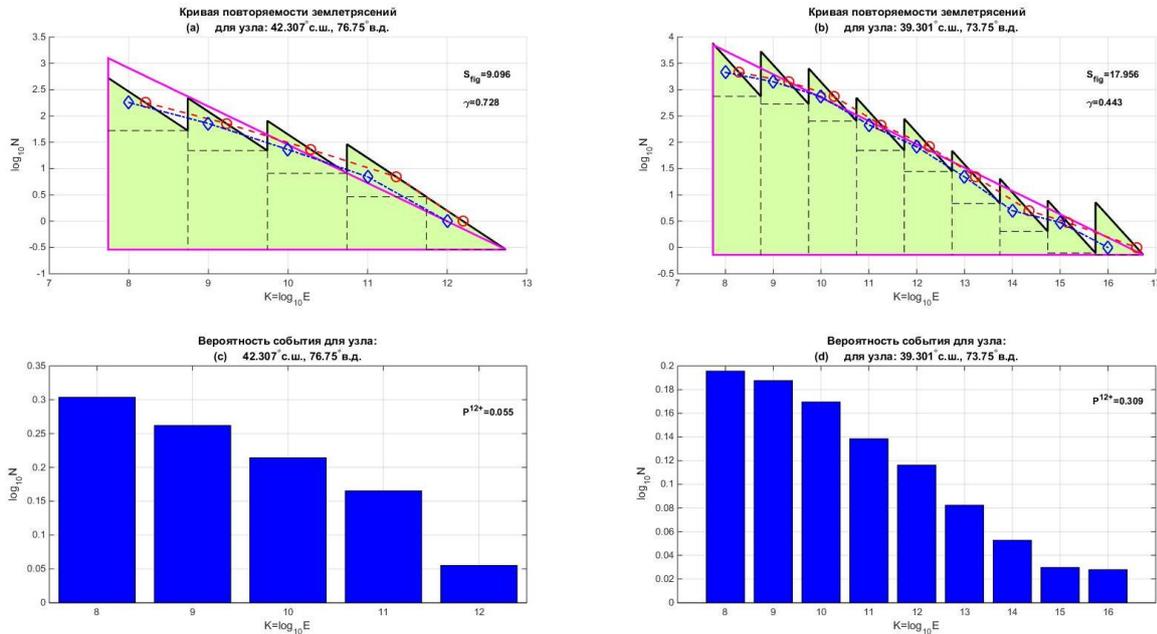


Рисунок 7. Пилообразные кривые повторяемости землетрясений и соответствующие им кривые вероятностей возникновения землетрясений (14), составляющие полные группы событий в диапазоне  $[K_{\min}, K_{\max}]$  для узлов сетки – ((a), (c) – таблица 2), ((b), (d) – таблица 3).

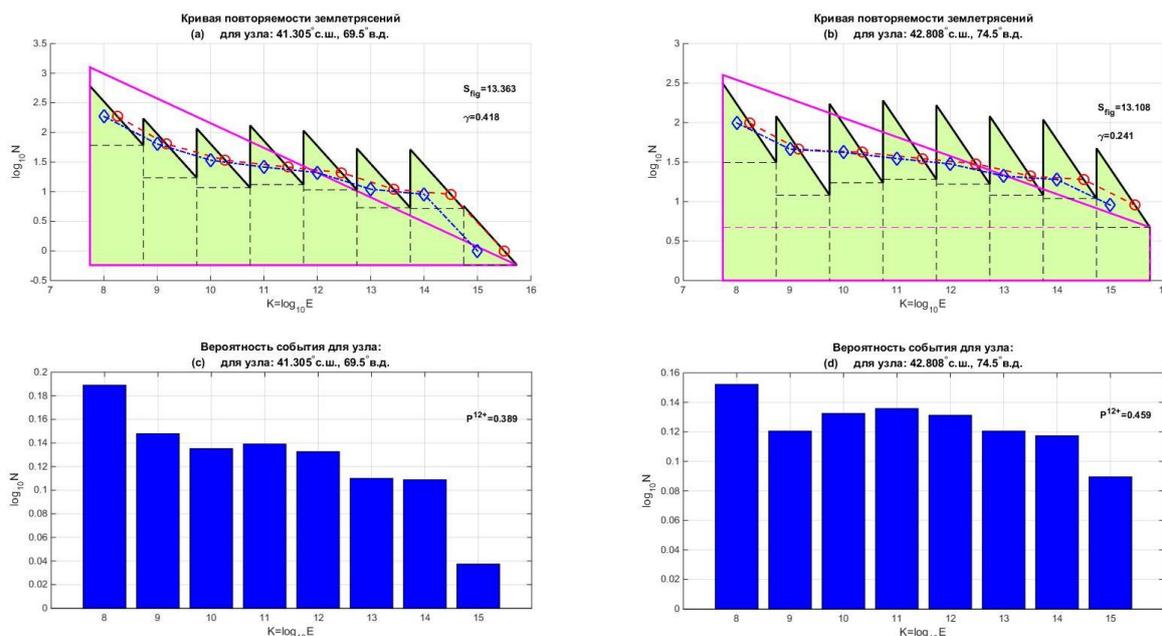


Рисунок 8. Пилообразные кривые повторяемости землетрясений и соответствующие им кривые вероятностей возникновения землетрясений (14), составляющие полные группы событий в диапазоне  $[K_{min}, K_{max}]$  для узлов сетки – ((a), (c) – таблица 7), ((b), (d) – таблица 6).

Обозначим величину  $P_{\phi\lambda}^{K^*+}$  как вероятность попадания случайной величины  $K$  в заданный интервал  $K^* \leq K \leq K_{max}$ ,  $K^*$  – энергетический класс, начиная с которого определяется вероятность,  $K_{max}$  – сейсмическое событие максимально возможного класса в данном узле координатной сетки, тогда с учетом (14) получим:

$$P_{\phi\lambda}^{K^*+} = \sum_{i=K^*}^{K_{max}} P_{\phi\lambda}^{[K]_i}. \tag{15}$$

Заметим, что должно выполняться неравенство  $K^* \geq K_{min}$ , и если  $K^* = K_{min}$ , то  $P_{\phi\lambda}^{K_{min}^*+} = 1$  – представляет полную группу событий.

Таким образом, использование вместо линейного закона Гутенберга–Рихтера (9), непрерывной пилообразной кривой повторяемости землетрясений (10) (рисунок 11) в качестве аппроксимирующей функции плотности распределения вероятности  $f_{\phi\lambda}(K)$ , позволило повысить точность модели определения вероятности сейсмического события за счет нелинейной природы учета реальных данных.

В таблице 9 приведены сводные данные сейсмических параметров, полученных с помощью предложенного метода построения пилообразной кривой повторяемости землетрясений для четырех произвольных узлов координатной сетки изучаемого региона (таблицы 2, 3, 7, 6).

Таблица 9. Сводная таблица сейсмических параметров для разных узлов сетки.

Координаты узла сетки	42.307° с. ш. 76.75° в. д. (таб.2)	39.301° с. ш. 73.75° в. д. (таб.3)	41.305° с. ш. 69.5° в. д. (таб.7)	42.808° с. ш. 74.5° в. д. (таб.6)
-----------------------	--	--	---	---

Суммарное количество землетрясений внутри трафарета $N_{\varphi\lambda}^{8+}$	283	4608	290	184
Суммарная энергия $E_{[K]} = \log_{10} E_{\Sigma K}$	12.577	16.661	15.804	16.515
Площадь фигуры «ёж» $S_{\text{fig}}$	9.096	17.956	13.363	13.108
Средняя энергия $\bar{E}_{[K]} = \log_{10}(E_{\Sigma K} / N_{\varphi\lambda}^{8+})$	10.125	12.997	13.342	14.25
Угол наклона $\gamma$	0.728	0.443	0.418	0.241
Приведённая площадь фигуры «ёж» $S_{\text{fig}} / \log_{10}(N_{\varphi\lambda}^{8+})$	3.711	4.901	5.427	5.788
Вероятность $P_{\varphi\lambda}^{12+}$	0.055	0.309	0.389	0.459

Как видно из вышеприведённой таблицы, полученная вероятность возникновения сильных сейсмологических событий  $P_{\varphi\lambda}^{12+}$  коррелирует с средней энергией, выделившейся внутри трафарета, углом наклона  $\gamma$  линеаризованной кривой повторяемости землетрясений и приведённой площадью фигуры «ёж».

Введём в рассмотрение понятие сейсмической угрозы  $D_A$  (Danger of Activity), представляющей собой числовую меру, характеризующую совокупность выделившейся энергии землетрясений по классам  $K_{\min} \leq K \leq K_{\max}$  внутри трафарета за заданный временной интервал. Предлагается, в качестве количественной оценки сейсмической угрозы  $D_A$ , использовать приведённую площадь фигуры «ёж» (13)  $S_{\text{fig}} / \log_{10}(N_{\varphi\lambda}^{8+})$ , расположенной под пилообразной кривой повторяемости землетрясений (10):

$$D_A = S_{\text{fig}} / \log_{10}(N_{\varphi\lambda}^{8+}). \quad (16)$$

В отличие от понятия сейсмической активности  $A$  [1], представляющей собой среднее число очагов землетрясений определенной величины, которые возникли в единице пространства в единицу времени, сейсмическая угроза  $D_A$  коррелирует с количеством выделившейся энергии землетрясений по классам  $K_{\min} \leq K \leq K_{\max}$  внутри трафарета за заданный временной интервал, но также как и сейсмическая активность является абстрактной цифрой, пригодной только для относительного сравнения узлов сетки при одинаковых условиях забора данных для анализа. Так же, как и сейсмическая активность  $A$ , сейсмическая угроза  $D_A$  является детерминированной величиной, характеризующей понятие сейсмического режима. В нашем случае для узлов сетки, представленных на рисунках 12 ((a), (b)), 13 ((a), (b)) значения сейсмической угрозы  $D_A$  равны 3.711, 4.901, 5.427, 5.788 соответственно. Сейсмическая угроза  $D_A$  (коррелирует с вероятностью возникновения сильных событий  $P_{\varphi\lambda}^{12+}$  в соответствующих узлах сетки: 0.055, 0.309, 0.389, 0.459) и возрастает с ростом величины  $D_A$ .

**Картирование вероятности возникновения сильных событий территории Баткенской области.** Для построения карт вероятности возникновения сильных событий для исследуемого района Баткенской области (lat = 39.0° – 40.4°N; lon = 69.0° – 72.5°E) был

применён разработанный программный комплекс, в основу которого положен метод агрегации данных для оценки вероятности возникновения значимых сейсмических событий на основе аппроксимации плотности вероятности по статистическим наблюдениям, описанный выше. На рисунке 9 представлена карта (схема) вероятности возникновения сильных событий ( $K \geq 12$ ) для исследуемого района Баткенской области. На схему также нанесены границы сейсмогенерирующих зон, выделенных на карте сейсмического районирования Кыргызской Республики [9] (13 – Южно-Ферганская, 14 – Хайдарканская, 15 – Туркестано-Алайская, 16 – Гиссаро-Кокшаальская, 17 – Таласо-Ферганская) (линии синего цвета).

По степени вероятности проявления сейсмических событий выделились области различной конфигурации. Области с наибольшей вероятностью проявления сейсмических событий с  $K \geq 12.0$  приурочены в основном к Южно-Ферганской (13), Гиссаро-Кокшаальской (16) сейсмогенерирующим зонам, при этом не на всем протяжении этих зон отмечаются наибольшие значения. Так, на участке Южно-Ферганской (13) зоны, западнее Баткена, отмечается чередование участков с различной степенью вероятности. Отметим при этом, что области с наибольшей вероятностью частично охватывают и отдельные участки Хайдарканской зоны (14), приуроченные к северной части границы этой зоны (южнее Баткена и восточнее Исфаны). Области с наименьшей вероятностью проявления сейсмических событий с  $K \geq 12.0$  отмечается в юго-западной и восточной части исследуемой территории и приурочена в основном к граничным участкам Хайдарканской (14) и Туркестано-Алайской (15) зон.

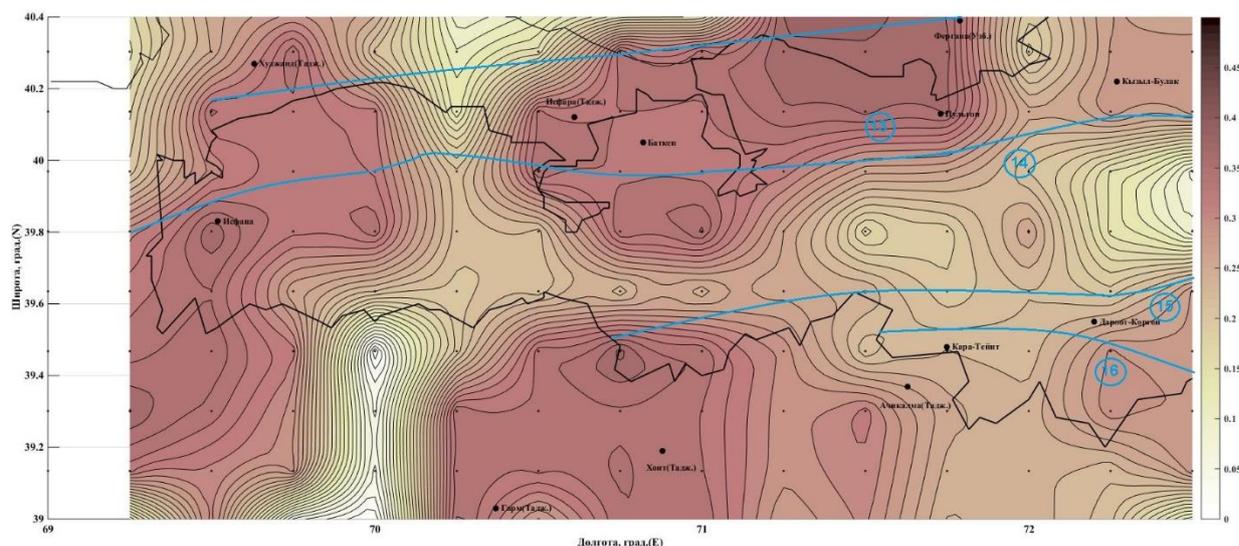


Рисунок 9. Карта (схема) вероятности возникновения сильных событий ( $K \geq 12.0$ ) на территории Баткенской области.

Пространственное распределение суммарной сейсмической энергии  $E_{[K]}$  (в логарифмическом масштабе), выделившейся в границах диапазона  $[K]$  за все годы наблюдения на исследуемой территории, представлена на рисунке 10. Практически вся выделившаяся сейсмическая энергия определяется наиболее сильными землетрясениями, произошедшими в различных её частях. Максимальные значения наблюдаются в зоне, где произошли Хаитское (1949,  $K=17.0$ ) и Гармское (1941,  $K=15.6$ ) сильные землетрясения (область в пределах координат:  $39.0^\circ - 39.4^\circ$  с. ш.,  $70.5^\circ - 71.25^\circ$  в. д.). Область (в пределах координат:  $39.9^\circ - 40.4^\circ$  с. ш.,  $70.5^\circ - 72^\circ$  в. д.) представлена Исфара-Баткенским (1977 г.,  $K=15.5$ ), Хайдарканским (1977 г.,  $K=14.2$ ) землетрясениями, землетрясением 1822 г.

( $K=15.2$ ). В области (в пределах координат:  $39.8^{\circ} - 40.4^{\circ}$  ш.,  $69,5^{\circ} - 70.25^{\circ}$  в. д.) произошли землетрясения в 1888 г. ( $K = 15.3$ ), Кайраккумское (1985 г.,  $K = 14.6$ ), Канское (2007 г.,  $K=14.8$ ).

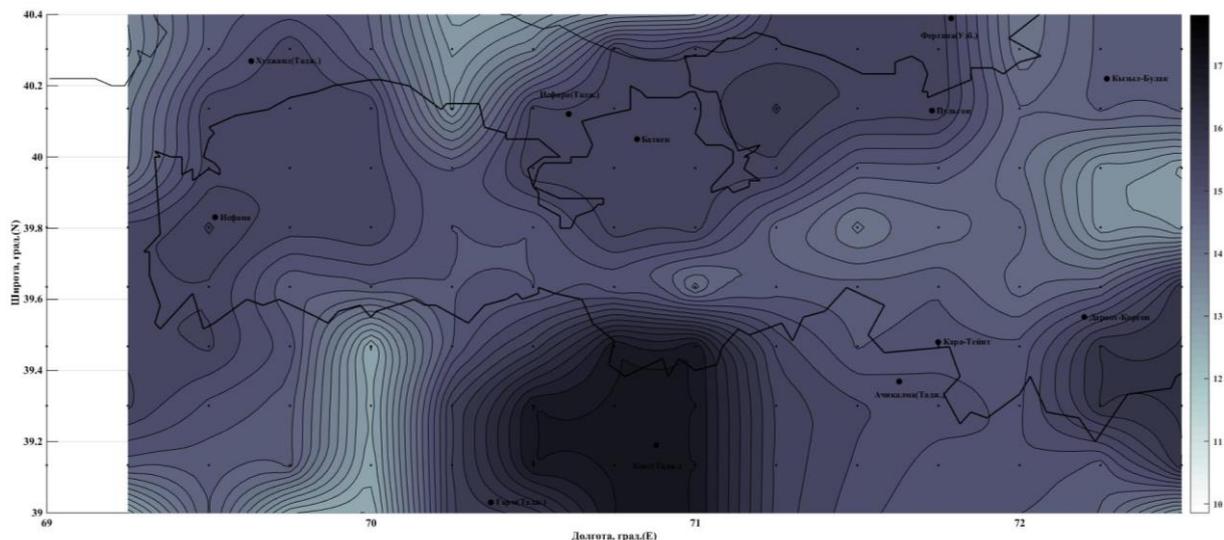


Рисунок 10. Суммарная сейсмическая энергия (в логарифмическом масштабе), выделившаяся за все годы наблюдения на территории Баткенской области.

Также получено пространственное распределение сейсмической угрозы  $D_A$  (рисунок 11), выделившейся в границах исследуемой территории за все годы наблюдения. Сравнивая рисунки 9 и 11 видно, что между вероятностью возникновения сильных событий и сейсмической угрозой существует сильная корреляционная связь (рисунки похожи), как следствие оба эти рисунка пригодны для оценки сейсмического риска.

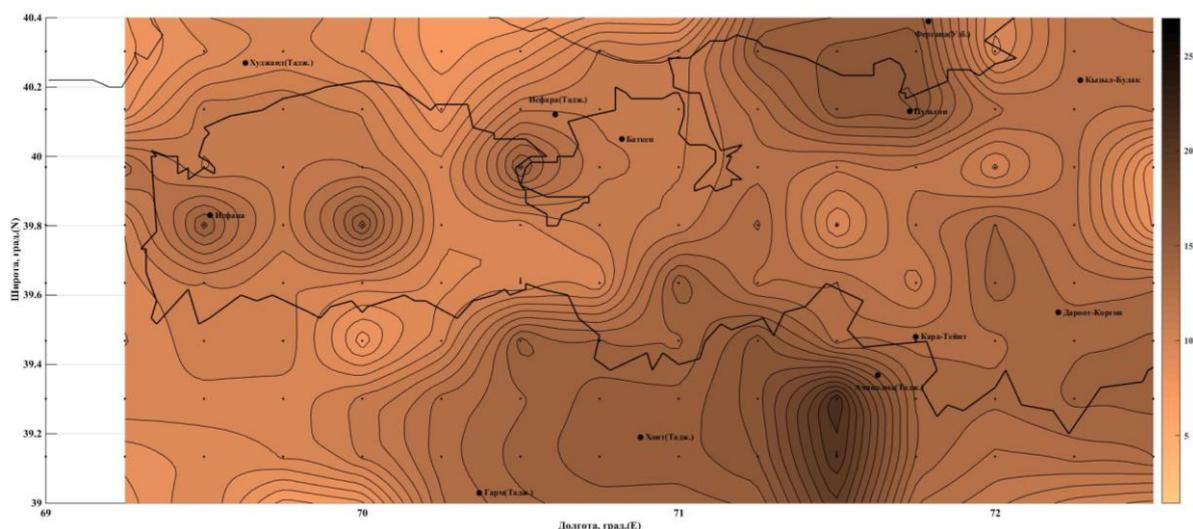


Рисунок 11. Оценка сейсмической угрозы  $D_A$  в абстрактных единицах.

В результате проведённого исследования получены следующие результаты:

- Разработан метод оценки вероятности возникновения сильных сейсмических событий на основе обработки статистической информации о сейсмических событиях в исследуемом регионе, накопленной за весь период наблюдений (Каталог землетрясений с энергетическим классом  $K \geq 8.0$  Центра Данных ИС НАН КР).

- Разработан и отлажен комплекс программ для обработки и представления данных по изучению сейсмического режима и вероятностной оценки возникновения сильных сейсмических событий.
- Получены и представлены карты (схемы) вероятности возникновения сильных событий в исследуемом районе – Баткенская область Кыргызской Республики ( $\text{lat}=39.0^\circ - 40.4^\circ\text{N}$ ;  $\text{lon} = 69.0^\circ - 72.5^\circ\text{E}$ ). По степени вероятности проявления сейсмических событий ( $\text{с } K \geq 12.0$ ) выделились области различной конфигурации.
- Получено пространственное распределение суммарной сейсмической энергии  $E_{\text{[К]}}$  (в логарифмическом масштабе), выделившейся в границах диапазона  $[8 \leq K \leq 18]$  за все годы наблюдения на исследуемой территории.
- Предусмотрена возможность представления вариантов карт вероятности возникновения сейсмических событий другого энергетического уровня с учётом особенностей скоростного строения земной коры и верхней мантии [10, 11, 12].

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ризниченко Ю. В. Об изучении сейсмического режима. // Изв. АН СССР, серия геофизическая. – 1958. – №9. – С.1057–1074.
2. Методы детального изучения сейсмичности. // Труды Института физики Земли. -Москва. – 1960. – №9(176). – 327 с.
3. Миркин Е. Л., Фролова А. Г., Багманова Н. Х. Метод оценки вероятности возникновения сильных сейсмических событий. Материалы XI Казахстанско-китайского международного симпозиума «Прогноз землетрясений, оценка сейсмической опасности и сейсмического риска в Центральной Азии». – Алматы – 2023. - С.189-198.
4. Раутиан Т.Г. Об определении энергии землетрясений на расстоянии до 3000 км // Экспериментальная сейсмика. (Труды ИФЗ АН СССР; № 32 (199)). – М.: Наука, 1964. – С. 88–93.
5. Каталог землетрясений Кыргызстана и прилегающих территорий с исторических времен по июнь 2023 года. //Фонды Института сейсмологии НАН КР.
6. Gutenberg B., Richter C. Earthquake magnitude, intensity, energy and acceleration // Bull Seism Soc Am. -1942.-V. 32.- P. 163–191.
7. Gutenberg B., Richter C. Seismicity of the Earth and associated phenomena. Princeton University Press, Princeton, N.Y.- 1949.
8. Gutenberg B., Richter C. Earthquake magnitude, intensity, energy, and acceleration, part II // Bull Seism Soc Am.-1956. -V. 46.- P. 105–145.
9. Абдрахматов К.Е., Джанузаков К.Д., Фролова А. Г., Погребной В.Н. Карта сейсмического районирования территории Кыргызской Республики (Объяснительная записка). - Бишкек, 2012,- 51 с.
10. Багманова Н. Х., Миркин Е. Л. Особенности скоростного строения мантии и их роль в формировании очаговых зон сильных коровых землетрясений Тянь-Шаня // Вестник Института Сейсмологии Национальной Академии Наук Кыргызской Республики. - 2018. № 1 (11). - С. 12–17.
11. Багманова Н. Х., Миркин Е. Л., Сабитова Т. М. Волноводы в земной коре Тянь-Шаня// Вестник Института Сейсмологии Национальной Академии Наук Кыргызской Республики. -2014.- № 1 (3). - С. 31–38.
12. Гребенникова В. В., Миркин Е.Л. Метод оперативного расчёта интенсивности сейсмических сотрясений в населённых пунктах Кыргызстана при сильных землетрясениях // В сборнике: Землетрясения Северной Евразии 2011 год. - Обнинск, -2017. - С. 495–501.

*Рецензент: чл.-корр. НАН КР, д. г.-м. н., проф. Абдрахматов К.Е.*