УДК. 621.438

## Исмаилов Д.А., Жумалиев К.М., Алымкулов С.А.

Институт сейсмологии НАН КР г. Бишкек, Кыргызстан

# ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЙ И КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБЪЕКТОВ

**Аннотация.** Восстановление голограмм с использованием одновременно опорного и объектного пучков позволяет получать не только интерферограммы, но и коррелограммы в реальном времени. В данной работе были определены предельные величины изменений, которые могут быть зарегистрированы таким методом.

**Ключевые слова:** голографическая интерферометрия, плоские и объемные голограммы, корреляция, фаза и амплитуда.

# ОБЪЕКТТЕРДИ ИЗИЛДӨӨНҮН ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ЖАНА КОРРЕЛЯЦИЯЛЫК ЫКМАЛАРЫ

**Кыскача мазмуну.** Баштапкы абалдын голограммаларын реконструкциялоодо эталондук жана объектилик нурларды колдонуу реалдуу убакыт режиминде голографиялык интерферограммаларды гана эмес, реалдуу убакыт коррелограммаларын да алууга мүмкүндүк берет. Бул макалада, алынган өзгөрүүлөрдүн чектик маанилери бааланат.

**Негизги сөздөр:** голографиялык интерферометрия, жалпак жана көлөмдүү голограммалар, корреляция, фаза жана амплитуда.

### INTERFERENCE AND CORRELATION METHODS OF STUDYING OBJECTS

**Abstract.** The use of both the reference and object beams during reconstruction from holograms of the initial state allows obtaining not only real-time holographic interferograms, but also real-time correlograms. In this paper the limiting values of the obtained changes are estimated.

**Keywords:** holographic interferometry, flat and volume holograms, correlation, phase and amplitude.

Важность и перспективы использовании методов голографии и интерферометрии в сейсмологии приведены в работе [1]. В настоящей работе приводится метод интерференции позволяющий определить изменения в объектах в реальном масштабе времени.

При линейной регистрации амплитудный коэффициент пропускания голограммы  $\tau_A$  при записи объектным и опорным пучком пропорционален интенсивности I падающего света

$$\tau \sim I = \{aexp[-j\varphi_{3,06}(x,y)] + bexp[-j\varphi_{3,0\Pi}(x,y)]\} \{aexp[-j\varphi_{3,06}(x,y) + bexp[-j\varphi_{3,0\Pi}(x,y)]\}^*,$$
 (1)

где - а и b – амплитуда предметного и опорного пучков соответственно,  $\phi$  –фазы и \*-знак сопряжения, и, следовательно

$$\tau_{A} \sim a^{2} + b^{2} + ab\{exp[-j\varphi_{3,06}(x,y) + j\varphi_{3,0\Pi}(x,y)] + exp[j\varphi_{3,06}(x,y) - -j\varphi_{3,0\Pi}(x,y)]\}$$
(2)

Осветим голограмму той же опорной волной, которая использовалась при записи и объектной волной с внесённым фазовым изменением  $\Delta \varphi_{06}(x,y)$ . Тогда волновой фронт, идущий от голограммы, определится выражением:

$$\begin{split} aexp[-j\varphi_{3,06}(x,y)-j\Delta\varphi_{06}(x,y)] + bexp[-j\varphi_{3,0\Pi}(x,y)]\tau_{A} \sim \{aexp\big[-j\varphi_{3,06}(x,y)-j\Delta\varphi_{06}(x,y)\big] + bexp[-j\varphi_{3,0\Pi}(x,y)]\} * \{a^{2} + b^{2} + ab\{exp[-j\varphi_{3,06}(x,y)+j\varphi_{3,0\Pi}(x,y)]\} + exp[j\varphi_{3,06}(x,y)-j\varphi_{3,0\Pi}(x,y)]\}\}. \end{split} \tag{3}$$

В этом выражении можно выделить четыре группы членов:

$$ab^{2} exp[j\varphi_{3,06}(x,y) - 2j\varphi_{3,0\Pi}(x,y)],$$
 (4)

$$(a^{2} + b^{2})bexp\left[-j\varphi_{3.06}(x,y)\right] + a^{2}b exp\left[-j\varphi_{3.06}(x,y) - j\varphi_{3.0II}(x,y)\right], \tag{5}$$

$$(a^{2} + b^{2})a \exp\left[-j\varphi_{3,06}(x,y) - j\Delta\varphi_{06}(x,y)\right] + ab^{2} \exp\left[-j\varphi_{3,06}(x,y) - -j\varphi_{3,0\Pi}(x,y)\right]$$

$$a^{2}b \exp\left[-2j\varphi_{3,06}(x,y) - j\Delta\varphi_{06}(x,y) + j\varphi_{3,0\Pi}(x,y)\right]. \tag{6}$$

Если считать, что углы между опорными и объектными пучками велики, как при записи, так и при восстановлении, и полагать  $Д\varphi_{06}(x,y)$  достаточно малыми, то каждый из этих четырёх членов будет характеризовать волну, идущую в одно из четырёх разделяемых направлений распространения за голограммой [2] (рисунок 1). Направление II, характеризуемое членом (5), соответствует продолжению распространения опорной волны, и в этом направлении накладывается прошедшая без отклонения опорная волна, а также видоизменённая часть опорной волны, восстановленная объектной волной. В направлении III (член (6)) проходит неотклонённая объектная волна, с наложенной на неё начальной объектной волной, восстановленной опорной волной. В направлении I (член (4)) распространяется сопряжённая начальная объектная волна, восстановленная опорной волной. В направлении IV (член (7) - сопряжённая опорная волна, восстановленная объектной.

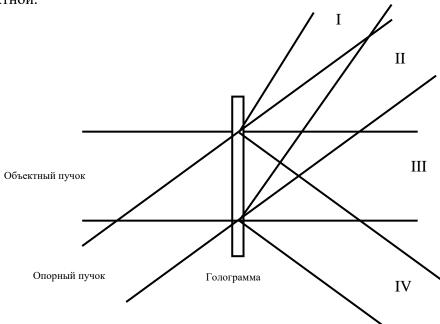


Рисунок 1. Составляющие волнового фронта, восстановленного одновременно опорным и изменённым объектным пучками.

Наибольший интерес представляют пучки, идущие во втором и третьем направлении. В случае, если восстанавливающий объектный пучок остался без изменения по отношению к записывающему ( $\Delta \varphi_{06}(x,y)=0$ ), во втором направлении целиком сохраняется распределение фаз, соответствующее опорному пучку. Если волна плоская, то на выходе в Фурье - плоскости появится точка. В случае, если ( $\Delta \varphi_{06}(x,y) \neq 0$ ), то в этом направлении с записью в Фурье-плоскости может быть реализована архитектура

коррелятора совместного преобразования., которая была предложена в работе Вивера и Гудмена [3] (рисункок 3).

В этом корреляторе (рисунок 2) эталонное и неизвестное изображения (функции  $f_2$  (x.y) и  $f_l(x,y)$ ) располагаются вместе во входной плоскости, а в фокальной плоскости после первой линзы получается их совместный Фурье-образ. Если его записать на квадратичном носителе (на фотоплёнке или другой записывающей среде) и затем выполнить обратное Фурье-преобразование, то окажется, что реализована операция:

$$C_k(x_{3,y_3}) = \Phi^{-1}[F_1(v_x, v_y) \cdot F_2^*(v_x, v_y)], \tag{8}$$

где  $C_k(x_{3,}y_3)$ - корреляционная функция в плоскости  $P_3$ ,  $F_1(v_x,v_y)$ = $\Phi[f_1(x_1,y_1)]$ ,  $F_2(v_x,v_y)=\Phi[f_2(x_1,y_1)]$ - Фурье-образы функций  $f_1$ и f, корреляция между которыми определяется,  $F_2^*$ - комплексно-сопряжённая функция - $F_2$ .

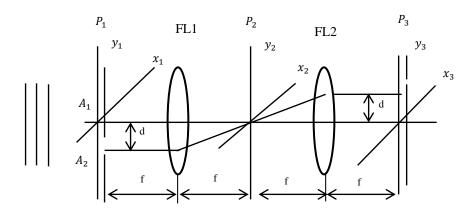


Рисунок 2. Архитектура коррелятора совместного преобразования.

Здесь получена корреляционная функция Q (х3, у3), как в том случае, когда применялся согласованный фильтр в частотной плоскости. Одно из достоинств такого коррелятора состоит в том, что здесь не требуется использовать согласованный фильтр, а достаточно ввести во входной плоскости наряду с входным изображением эталонную функцию, обычно имеющую действительные значения. Эта архитектура в последнее время используется всё более часто в связи с возможностью замены фотопленки в Фурьеплоскости ПЗС-структурами и использованием на входе миниатюрных телевизионных дисплеев на жидких кристаллах ЖКТВ [4, 5], что позволило использовать коррелятор в реальном времени.

Если в качестве опорной волны использовать плоскую волну, то в Фурье-плоскости корреляционная функция будет характеризовать величину отклонения от начальной замещающей ее при восстановлении объектной функции.

Третье направление позволяет одновременно с корреляционной функцией на том же детекторе, но в пространственно отделённом участке получить интерференционную картину от наложения объекта с начальным распределением фаз на объект с измененным распределением [6]. Помимо этого, при записи на плоскую голограмму в первом и четвёртом направлении содержится дополнительная информация, однако интерес к ней существенно меньше, чем к информации, содержащейся во втором и третьем направлении, и, вместе с тем, она занимает место в пространстве информации, которое можно было бы использовать более рационально.

Фазовая запись голограмм в трёхмерных средах позволяет восстанавливать волновой фронт с высокой дифракционной эффективностью  $\eta$  (в пределе до100%). При этом на выходе может кроме недифрагированного пучка (в случае, если  $\eta$  <1)

образовываться только один дифрагированный пучок (один из первых порядков). Эти свойства трёхмерных голограмм позволяют более эффективно использовать метод двухпучкового восстановления волнового фронта для целей одновременного получения в реальном времени интерферограмм и коррелограмм изменяющегося во времени объекта относительно его начального состояния [7]. При одновременном облучении трёхмерной голограммы меняющимся объектным пучком и неизменным опорным пучком, в случае обеспечения дифракции Брэгга и сохранении направлений восстанавливающих пучков теми же, которые были при записи, на выходе возникнут два направления (рисунок 3), в каждом из которых накладываются два пучка. В одном - соответствующем объектному направлению - накладывается дифрагированный восстанавливающий опорный пучок, создающий начальный объектный пучок О1 и недифрагированый восстанавливающий изменённый объектный пучок О2. Результатом такого наложения является интерференция пучков начального и текущего состояний. В другом направлении накладывается недифрагированный опорный пучок  $R_2 = R_1$  и дифрагированный объектный пучок  $O_2$ . И в этом случае, как при записи плоских голограмм может быть реализован коррелятор совместного преобразования. Используя в качестве опорной плоскую волну, можно на расположенном в Фурье-плоскости детектора одновременно с интерференционной картиной получить изменяющуюся со временем коррелограмму пространственного распределения фаз в объекте.

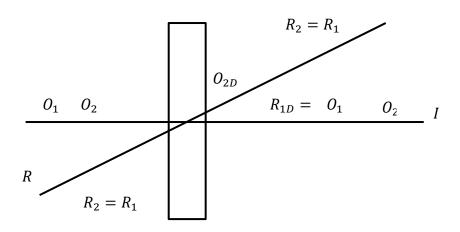


Рисунок 3. Схема двухпучкового восстановления волнового фронта с объёмной голограммы.

Эта коррелограмма будет носить более сложный характер за счёт более крутого спада интенсивности от точки максимума к периферии кривой. Причиной такого спада является уменьшение дифракционной эффективности, возникающее при увеличении разности фаз между начальным и конечным состоянием, при котором увеличивается Брегговское рассогласование и, соответственно, уменьшается дифракционная эффективность для таких пучков [8]. Вместе с тем, отсутствие дополнительных порядков дифракции, кроме одного, приводит к существенному повышению чувствительности устройства и уменьшению шумового порога различимости как для интерферограмм, так и для корреляционных функций.

Важным достоинством двух-пучкового восстановления объёмных голограмм, большого является возможность записи одном участке количества мультиплексированных голограмм от множества начальных объектных пучков, что позволяет по максимуму корреляционной функции находить среди записанных изображений то, которое будет наиболее близким к эталонному, содержащемся в восстанавливаемом опорном пучке. При переходе одного записанного

мультиплексированного изображения к другому должен изменяться опорный пучок, чтобы соответствовать одному из записываемых опорных пучков с определённым адресом.

Записывая различные состояния объекта в фазовых объёмных регистрирующих средах с помощью двух опорных пучков, появляется возможность одновременно наблюдать изменения в объектах интерференционными и корреляционными методами.

Положим, что значения амплитуд объектной и опорной волн в среде записи объёмных голограмм равны

$$u_0(\mathbf{p}) = \sum a_i \exp(j\mathbf{k}_{0i} \cdot \mathbf{p}),$$
  

$$u_I(\mathbf{p}) = A \exp(j\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{p}),$$
 (9)

где p - радиус-вектор,  $k_{0i}$  и k, - волновые векторы волн каждого пиксела объекта и опорной волны. Их длина  $2\pi/\lambda$ , где  $\lambda = \lambda_0/n$  - длина волны в среде ( $\lambda o$  -длина волны в воздухе, n - среднее значение показателя преломления в среде). Распределение интенсивностей интерференционной картины, возникшей в среде, определится как:

$$I(\mathbf{p}) = |\sum u_{0i} + u_r|^2 = (\sum u_{0i} + u_r)(\sum u_{0i}^* + u_r^*) = \sum a_i^2 + \sum \sum a_{ij} \exp[j(\mathbf{k}_{i} - \mathbf{k}_{0i}) \cdot \mathbf{p}] + A^2 + A\sum a_i \exp[j(\mathbf{k}_{i} - \mathbf{k}_{0i}) \cdot \mathbf{p}] + A\sum a_i \exp[-j(\mathbf{k}_{r} - \mathbf{k}_{0i}) \cdot \mathbf{p}].$$

$$(10)$$

Эффективные векторы  $\mathbf{K}_i$  полос, возникающих от наибольшего действия света в среде, определятся разностью векторов  $\mathbf{k}_r$  и  $\mathbf{k}_{0i}$ ;

$$K_i = \mathbf{k_r} - \mathbf{k_{0i}} \tag{11}$$

имеют направление вектора нормали к полосам, а его длина связана с периодом полос d соотношением:

$$\mathbf{K}_{\mathrm{i}} = 2\pi/d_{\mathrm{I}}.\tag{12}$$

Для величины d, имеем:

$$d_i = \lambda / 2\sin\theta_i / 2, \tag{13}$$

где  $\theta_i$  - угол между векторами опорной волны и объектных волн от различных пикселов.

Разность векторов  $k_i$  - $k_j$  по сравнению с векторами  $K_i$ ; будут малы и поэтому они не будут, за редким исключением, влиять на дифракцию от объёмных голограмм. При этом можно первые два члена в правой части выражения (13) с достаточной степенью точности заменить на  $(\sum a_i)^2$ .

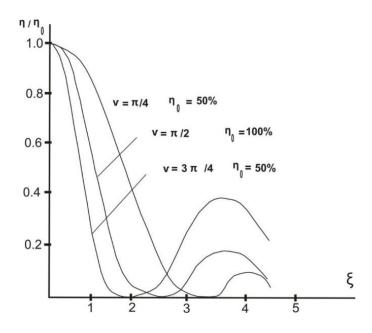


Рисунок 4. Зависимость  $\eta / \eta_0$  от  $\xi$  для различных значений параметров.

Оценим величину дифракционной эффективности  $\eta$ , характеризующей дифрагированную волну, исходящую из фазовой голограммы на пропускание [9]. На рисунке 4 представлена зависимость относительной эффективности  $\eta/\eta_0$  где  $\eta_0$  -эффективность, получаемая при падении освещающего пучка под углом Брэгга, от величины пропорциональной угловому отклонению 5 от угла Брэгга ( $\xi = \delta L \sin\theta_0 \, 2\pi/\lambda$ ). Здесь имеется в виду, что углы между векторами от пиксела объектной волны и от опорной волны и плоскостями решеток равны. На рисунке приведены кривые для трёх значений  $\nu = \pi L/\lambda \cos\theta_0$ :  $\nu = \pi/2$ ,  $\nu = \pi/4$ ,  $\nu = 3\pi/4$ . Для первого значения  $\eta_0 = 100\%$ , для второго и третьего-  $\eta_0 = 50\%$ . По указанным кривым можно определить уменьшение дифракционной эффективности вплоть до нулевой как в зависимости от отклонения угла падения от угла Брэгга, так и в зависимости от изменения длины волны.

При восстановлении волнового фронта с объёмной голограммы, записанной пучками (9), опорная волна, посланная под тем же углом, с вектором  $k_r$ , что и при записи будет в соответствии с приведёнными условиями полностью или частично отражаться на плоскостях решётки, созданных взаимодействием опорной волны с волнами каждого пиксела. При  $\eta_0$  =100% все пучки уйдут в направлении, в котором шли от пикселов записываемого объекта, и в направлении, определяемом вектором  $k_r$ , свет будет отсутствовать. При  $\eta_0$  <100% часть света помимо дифрагированного и рассеянного выйдет из голограммы продолжением опорного пучка и, таким образом, за голограммой будет восстановлено начальное (при записи) изображение объекта и изображение опорного пучка.

Регулируя в небольших пределах наклон восстанавливающего опорного пучка со смещением относительно угла Брэгга, можно устанавливать определённые соотношения между интенсивностями дифрагированной и прямо проходящей частями пучка, в том числе и такое, при котором эти интенсивности будут равны.

При освещении голограммы объектным пучком с тем же набором волновых векторов  $k_{0i}$ , (i=1,2...N) весь (при  $\eta_0$  =100%) или часть света (при  $\eta_0$  <100%) дифрагирует таким образом, что восстанавливает волну с вектором  $\mathbf{k}_{\rm r}$  (опорный пучок). Другая часть света идёт без изменения направления и попадает туда же, куда шла дифрагированная волна при освещении голограммы опорным пучком. В случае, когда  $\eta_0$  <100% при восстановлении двумя пучками в обоих направлениях происходит наложение дифрагированых и проходящих волн. Наличие рассеяния и различных искажений приводит к различию картин в этих двух случаях.

Если фазовый объектный восстанавливающий пучок, не изменяя своего направления частично изменяет распределение фаз, рассмотренная выше картина претерпит изменения за счёт прошедшей и дифрагированной измененной объектной волны. Прошедшая часть в направлении I сложится с дифрагированной неизменной опорной волной и даст интерференционную картину, образованную начальным и конечным состояниями объекта. Более сложным образом образуется картина в направлении II, характеризующем корреляцию между начальным и конечным состоянием объекта.

При освещении объёмной голограммы одновременно неизменным опорным и изменённым объектным фазовым пучками в направлении I интерференционная картина создаётся двумя волнами, которые дадут распределение интенсивности:

$$I(x,y) = C^2 + D^2 + 2CDcos[\Delta \varphi(x,y)],$$
 (14)

где C и D - амплитуды каждой из идущих в этом направлении волн.

Изменения  $\Delta \varphi$ , разные для разных пикселов при изменении объекта, могут изменяться и во времени. Для пиксела  $(x_I,y_I)$  изменение  $\Delta \varphi$  во времени от  $\Delta \varphi_1$  до  $\Delta \varphi_2$  приведёт к изменению интенсивности:

$$I_2 - I_1 = 2CD(\cos \Delta \varphi_2 - \cos \Delta \varphi_1) = 4CD\sin(\Delta \varphi_2/2 + \Delta \varphi_1/2)\sin(\Delta \varphi_2/2 - \Delta \varphi_1/2)$$

$$(15)$$

При малом различии в разности фаз  $\Delta \varphi_2 - \Delta \varphi_1 = \delta \varphi \sin(\Delta \varphi_2/2 - \Delta \varphi_1/2) \approx \delta \varphi/2$ , а  $\sin(\Delta \varphi_2/2 + \Delta \varphi_1/2) \approx \sin \Delta \varphi$ . В этом случае:

$$I_2 - I_1 = (I_2 - I_1)_{max} \delta \varphi \sin \Delta \varphi / 2. \tag{16}$$

Можно определить различимую разность фаз  $\delta \varphi_{thr}$ . Она равна:

$$\delta \varphi_{thr} = k/2\psi \sin \Delta \varphi, \tag{17}$$

где  $\psi$  - отношение сигнал/шум и  $(I_2 - I_1)_{\max} / (I_2 - I_1)_{thr} = \psi / k$ .

Поскольку дифракционная эффективность фазовой объёмной голограммы велика, то величина  $(I_2 - I_1)_{\rm max}$  и различимость изменения фаз при работе с такой голограммой оказывается существенно выше.

При рассмотрении картины, формируемой в направлении II, можно отметить, что в Фурье- плоскости прошедшая через голограмму (и не дифрагированная) опорная плоская волна собирается в точку (с точностью до дифракционного размытия). В эту же точку собираются дифрагированные волны от пикселов, разность фаз между начальным и конечным состоянием в которых либо равна нулю, либо кратна  $2\pi$ . От остальных пикселов волны либо рассеятся, либо при малом смещении фаз создадут ослабленный фон в окрестностях точки. Таким образом, оценивая интенсивность в пике и распределения света в фоне, можно сделать заключение о степени расхождения между начальным и конечным распределением фаз в объекте.

Таким образом, можно заметить, что, используя в приборе, являющемся одновременно голографическим интерферометром реального времени и коррелометром [10], среды для записи объёмных голограмм, можно получить более высокую точность в выходных данных, чем при использовании сред для записи плоских голограмм.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Применении спекл интерферометрия в сейсмологии/ Д.А.Исмаилов, К.М. Жумалиев, С.А. Алымкулов и др.// Вестник Института сейсмологии НАН КР. -2024. -№2(24).-с.23-28.
- 2. Ассоциативные свойства голограмм как основа для голографической интерферометрии реального времени / К. М. Жумалиев, С. А. Алымкулов, Ю. Х. Исманов, Д. А.Исмаилов, А.А. Жээнбеков // Журнал: Физика, 2016. №2.- С.78-83.
- 3. Technique for optically convolving two functions / C.S. Weaver, J.W. Goodman. // Applied Optics. 1966. vol. 5. pp. 1248-1249
- 4. Real-time pattern recognition using a modified LCTV in a coherent optical correlator/ Gregory D.A., // Applied Optics. 1986, vol. 25, pp. 267-268.
- 5. Javidi B. and Horner J.L. Single SLM joint transform correlator // Applied Optics, 1989, vol. 28, pp. 1027-1032.
- 6. Голографическая интерферометрия реального времени в физическом эксперименте/ Гуревич С.Б., Константинов В.Б. // Оптический журнал, 1996.-Т. 63. № 10.-С. 3-14.
- 7. Голографическая интерферометрия реального времени / Ганжерли Н.М., Гуревич С.Б // В кн. Применения и методы оптической обработки изображений. Л. -Наука. -1985. С. 62-87.
- 8. Two-beam wave reconstruction application for the phase object / Gurevich B.S., Gurevich S.B., Konstantinov V.B., Relin V.F // Proc. of the SPIE. 1996. Vol. 2696. P. 221-224.
- 9. Моделирование в голографии с использованием второго опорного пучка [Текст] / Ю.Х. Исманов, Д. А. Исмаилов, С. А. Алымкулов // Academy. Иваново, Россия. 2016.- № 6(9).- С. 10-12.

Рецензент: д. ф.-м.н., Исманов Ю.Х.